

Kanalschätzverfahren für Mobilfunksysteme mit Mehrträgermodulation OFDM

Von der Fakultät Informatik, Elektrotechnik und Informationstechnik
der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

Friedrich Sanzi

aus Kirchheim/Teck

Hauptberichter:	Prof. Dr.-Ing. J. Speidel
Mitberichter:	Prof. Dr.-Ing. N. Frühauf
Tag der mündlichen Prüfung:	5. Februar 2003

Institut für Nachrichtenübertragung der Universität Stuttgart
2003

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr.-Ing. Joachim Speidel, danke ich sehr herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit und die hervorragenden Arbeitsmöglichkeiten an seinem Institut. Sein reges Interesse und seine ständige Gesprächsbereitschaft haben wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Norbert Frühauf danke ich recht herzlich für die Übernahme des Mitberichts.

Weiter danke ich den von mir betreuten Studenten und den Institutsmitarbeitern, die meine Arbeit in vielfältiger Weise unterstützt haben.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen	7
Formelzeichen	9
Kurzfassung	13
Abstract	13
1 Einleitung	15
2 OFDM-Übertragungssystem	17
2.1 Zeitdiskretes OFDM-System	17
2.2 Mobilfunkkanal	21
2.2.1 Beschreibung des Mobilfunkkanals	21
2.2.2 WSSUS-Kanal	23
2.2.3 Modellierung des Mobilfunkkanals	24
2.3 Modell des Übertragungssystems für Mobilfunkkanäle	27
2.4 OFDM-System für Mobilkommunikation	33
3 Kanalschätzung mit Interpolationsfiltern	37
3.1 Übertragungssystem	37
3.1.1 Sender	37
3.1.2 Pilotraster	38
3.1.3 Empfänger	39
3.2 Kanalschätzung	41
3.2.1 Interpolationsfilter	42
3.2.2 Abtasttheorem der Kanalübertragungsfunktion	49

3.3	Simulationsergebnisse	52
3.3.1	Kanalcodierung	52
3.3.2	Bitfehlerhäufigkeit	53
4	Kanalschätzung mit iterativer Filterung	59
4.1	Übertragungssystem	60
4.1.1	Struktur des iterativen Empfängers	60
4.1.2	Soft-Mapper	61
4.1.3	Symbolbasierte Kanalschätzung	62
4.2	Konvergenzverhalten der iterativen Schleife	68
4.2.1	Transinformationsdiagramm	68
4.2.2	EXIT-Diagramm	76
4.3	Bitfehlerhäufigkeit	82
5	APP-Kanalschätzung	89
5.1	Übertragungssystem	90
5.1.1	Empfängerstruktur mit APP-Kanalschätzung	90
5.1.2	APP-Schätzmethode	91
5.2	Simulationsergebnisse	95
5.2.1	EXIT-Diagramm	96
5.2.2	Bitfehlerhäufigkeit	100
5.3	Weitere Aspekte der APP-Kanalschätzung	104
5.3.1	Pilottonanordnung	104
5.3.2	Diversitätsempfang	107
5.3.2.1	Übertragungssystem	107
5.3.2.2	APP-Kanalschätzung bei Diversitätsempfang	108
5.3.2.3	Diversitätsempfang mit <i>einem</i> APP-Kanalschätzer	110
5.3.2.4	Analyse	111
6	Zusammenfassung	115
	Literaturverzeichnis	117

Abkürzungen

APP	<i>a posteriori</i> probability
BFH	Bitfehlerhäufigkeit
BPSK	Binary Phase Shift Keying, binäre Phasenumtastung
CDM	Code Division Multiplexing
D/A	Digital/Analog
DeMUX	Demultiplexer
DPSK	Differential Phase Shift Keying, differentielle Phasenumtastung
DVB-T	Digital Video Broadcasting - Terrestrial, digitales terrestrisches Fernsehen
DFT	Discrete Fourier Transformation, diskrete Fourier-Transformation
EXIT	Extrinsic Information Transfer, extrinsische Informationsübergabe
FFT	Fast Fourier Transformation, schnelle Fourier-Transformation
HF	Hochfrequenz
ICI	Inter Carrier Interference, Nachbarkanalbeeinflussung
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transformation, inverse diskrete Fourier-Transformation
IFFT	Inverse Fast Fourier Transformation, inverse schnelle Fourier-Transformation
ISI	Inter Symbol Interference, Nachbarsymbolbeeinflussung
KS	Kanalschätzung
L	Log-Likelihood
MUX	Multiplexer
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
P/S	Parallel/Seriell
QAM	Quadrature Amplitude Modulation, Quadratur-Amplitudenmodulation
QPSK	Quaternary Phase Shift Keying, quaternäre Phasenumtastung
S/P	Seriell/Parallel
WSSUS	Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering, schwache Stationarität und unkorrelierte Streuung
ZP	Zyklischer Präfix

Formelzeichen

a_ε	Pilotbit
b_ν	Informationsbit
B	Bandbreite des Sendesignals
c_L	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
c_μ	Codiertes Bit
\tilde{c}_μ	Gesendetes codiertes Bit
D_f	Abstand der Pilottöne in Frequenzrichtung
D_t	Abstand der Pilottöne in Zeitrichtung
E_b	Mittlere Energie pro Informationsbit
E_S	Mittlere Signalenergie
f_k	Unterträgerfrequenz
$f_{\text{map}, \tilde{M}}$	Mapping-Funktion
f_A	Abtastfrequenz des D/A-Umsetzers
f_D	Dopplerverschiebung, Dopplerfrequenz
$f_{D_{\text{max}}}$	Maximale Dopplerverschiebung
f_{D_ν}	Dopplerverschiebung des ν -ten Pfades
f_{HF}	Hochfrequente Trägerfrequenz des Sendesignals
f_U	Unterträgerabstand
$F(f, f_D)$	Dopplervariante Übertragungsfunktion
G	Vorwärtspolynom des rekursiven systematischen Faltungscodierers
G_r	Rückwärtspolynom des rekursiven systematischen Faltungscodierers
G_{zp}	Anzahl der Werte im Schutzintervall
$h(\tau, t)$	Zeitvariante Impulsantwort des Kanals
$h_{z,q,l}$	Diskrete zeitvariante Impulsantwort des Kanals
$H(f, t)$	Zeitvariante Übertragungsfunktion
$H_A(f, t)$	Abgetastete zeitvariante Übertragungsfunktion
$H_{k,l}$	Kanalübertragungskoeffizient am Unterträger k im l -ten OFDM-Symbol
H_ξ	Kanalübertragungskoeffizient für das Datensymbol Z_ξ
I	Transinformation
J	Mittlerer quadratischer Schätzfehler
K	Anzahl der belegten Unterträger in einem OFDM-Symbol
L	Anzahl der Pfade des Mehrwegemodells
L_h	Maximale diskrete Verzögerung des Kanals
$L_{a,\mu}^x$	<i>A priori</i> -L-Wert von Bit x_μ
$L_{e,\mu}^x$	Extrinsischer L-Wert von Bit x_μ
L_μ^x	L-Wert von Bit x_μ
L_B	Anzahl der OFDM-Symbole in einem Block
M	Anzahl der Werte eines OFDM-Symbols im Zeitbereich
\tilde{M}	Anzahl der Bits pro QAM-Symbol
$n_{n,l}$	Diskretes Rauschsignal nach Entfernung des Schutzintervalls
$\tilde{n}_{q,l}$	Diskretes Rauschsignal
N	Ordnung der FFT
N_0	Varianz des Rauschsignals $N_{k,l}$
$N_{k,l}$	Rauschsignal nach FFT des Unterträgers k im l -ten OFDM-Symbol

N_ξ	Additives Rauschen zum Datensymbol Z_ξ
$p_f(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Zufallsvariablen f , die vom Parameter x abhängt
$P_h(\tau)$	Verzögerungs-Leistungsdichtespektrum
$P_h(\tau, \Delta t)$	Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum
$P_F(f_D)$	Doppler-Leistungsdichtespektrum
$P_F(\Delta f, f_D)$	Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum
$P_S(\tau, f_D)$	Streuungsfunktion
P_ζ	Pilotsymbol
R_c	Coderate
$R_f(\Delta x)$	Autokorrelationsfunktion der Funktion $f(x)$
R_g	Nutzdauer
R_n	Nutzsymbolrate
$S(\tau, f_D)$	Dopplervariante Impulsantwort
$S_A(\tau, f_D)$	Dopplervariante Impulsantwort zu $H_A(f, t)$
T_A	Abtastperiode
T_G	Dauer des Schutzintervalls
T_S	Gesamte Dauer eines OFDM-Symbols
T_U	Nutzdauer eines OFDM-Symbols
$u(t)$	Sendesignal
u_p	OFDM-Signalwert im Zeitbereich vor Einfügung des Schutzintervalls
$u_{x,i}$	Prädiktorkoeffizient
U_m	QAM-Sendesymbol
v	Geschwindigkeit des Empfängers
$v_{m,k,l}$	Filterkoeffizient des Interpolationsfilters in Zeitrichtung
V_L	Größe des Zufallsinterleavers
$w(t)$	Empfangssignal
$w_{m,k}$	Filterkoeffizient des Interpolationsfilters in Frequenzrichtung
w_p	OFDM-Empfangssignalwert im Zeitbereich nach Entfernung des Schutzintervalls
W_m	QAM-Empfangssymbol
$x_{n,l}$	n -ter OFDM-Signalwert im Zeitbereich des l -ten OFDM-Symbols vor P/S-Umsetzer
$\tilde{x}_{q,l}$	q -ter OFDM-Signalwert im Zeitbereich des l -ten OFDM-Symbols nach Einfügung des Schutzintervalls vor P/S-Umsetzer
$X_{k,l}$	QAM-Sendesymbol des Unterträgers k im l -ten OFDM-Symbol
$y_{n,l}$	n -ter OFDM-Empfangssignalwert im Zeitbereich des l -ten OFDM-Symbols nach Entfernung des Schutzintervalls
$\tilde{y}_{q,l}$	q -ter OFDM-Empfangssignalwert im Zeitbereich des l -ten OFDM-Symbols nach S/P-Umsetzer
$Y_{k,l}$	QAM-Empfangssymbol des Unterträgers k im l -ten OFDM-Symbol
Y_ξ	Empfangenes Datensymbol Z_ξ
Z_ξ	Datensymbol
α_ν	Winkel zwischen Fahrtrichtung und eintreffender Welle des ν -ten Pfades
$\delta(t)$	Diracstoß
δ_k	Kronecker-Symbol

ϕ_ν	Phase des ν -ten Pfades
γ_k	Metrik-Inkrement des APP-Schätzers in Frequenzrichtung
γ_l	Metrik-Inkrement des APP-Schätzers in Zeitrichtung
Λ	Anzahl der Empfangsantennen
τ	Verzögerung
τ_{\max}	Maximale Verzögerung des Kanals
τ_ν	Verzögerung des ν -ten Pfades
σ_N^2	Varianz von Real- und Imaginärteil von $N_{k,l}$
\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
\mathbb{Z}	Menge der ganzen Zahlen
$\circ\bullet$	Symbol für die Fouriertransformation
$\bullet\circ$	Symbol für die Fourierrücktransformation
\mathbf{a}	Vektor
\mathbf{a}^T	Transponierter Vektor zu \mathbf{a}
\mathbf{a}^*	Vektor mit konjugiert komplexen Elementen von \mathbf{a}
\mathbf{A}	Matrix
\mathbf{A}^{-1}	Inverse Matrix von \mathbf{A}
$E\{x\}$	Erwartungswert der Zufallsgröße x
Div	Ganzzahlige Division
J_0	Besselfunktion 0-ter Ordnung
$\min\{x_1, x_2\}$	Kleinstes Element der Menge $\{x_1, x_2\}$
Mod	Rest der ganzzahligen Division
Pr[.]	Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses
$\mathcal{R}\{z\}$	Realteil der komplexen Zahl z
\hat{x}	Schätzwert von der Größe x
z^*	Konjugiert komplexe Zahl zu z

Kurzfassung

Aufgrund der zeitvarianten Ausbreitungsbedingungen des Mobilfunkkanals stellt die Kanalschätzung bei Mehrträgersystemen, z. B. Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems, eine Herausforderung für den Empfänger dar. Um die Detektion der gesendeten Daten bei nicht-differentieller Modulation zu ermöglichen, muss die zweidimensionale Kanalübertragungsfunktion geschätzt werden. Um eine Kanalschätzung beim Empfänger durchführen zu können, werden Pilotsymbole in den zu sendenden Datenstrom periodisch eingefügt. In dieser Arbeit werden drei Verfahren zur Kanalschätzung vorgestellt und analysiert. Das erste Verfahren schätzt den Kanal durch die Kaskadierung zweier eindimensionaler Interpolationsfilter, deren Koeffizienten das Wiener-Kriterium erfüllen. Der zweite Kanalschätzer mit iterativer Filterung und Decodierung stellt eine Erweiterung des ersten Kanalschätzers dar. Dieser Schätzer koppelt das Ergebnis des Kanaldecodierers zurück, um schrittweise verbesserte Schätzwerte der Kanalübertragungsfunktion zu berechnen. Das dritte Verfahren basiert auf einer *a posteriori* Wahrscheinlichkeitskanalschätzung. Die Schätzung der zweidimensionalen Kanalübertragungsfunktion erfolgt durch eine Verknüpfung zweier eindimensionaler *a posteriori* Wahrscheinlichkeitsschätzer für die Zeit- und die Frequenzrichtung. Diese beiden Kanalschätzer sind in einer Iterationsschleife nach dem Prinzip der Turbodecodierung eingebettet. Die Leistungsfähigkeit der verschiedenen Kanalschätzer wird auf der Basis von Bitfehlerhäufigkeiten ausgewertet. Zusätzlich wird das Konvergenzverhalten der Iterationsschleife des zweiten und dritten Schätzers mit Hilfe des Diagramms der extrinsischen Informationsübergabe betrachtet.

Abstract

The time varying propagation conditions of the mobile channel make channel estimation for multicarrier systems, e. g. orthogonal frequency division multiplexing systems, a demanding task at the receiver. To allow for coherent detection, the two-dimensional channel transfer function must be estimated. To support estimation, often pilot symbols are periodically inserted into the transmitted signal. In this thesis, three different channel estimation methods are described and analysed. The first one estimates the channel by cascading two one-dimensional finite impulse response interpolation filters whose coefficients are based on the Wiener design criterion. The second channel estimator with iterative filtering and decoding is an extension of the first one. It feeds back the result of the channel decoder to iteratively compute an improved estimate of the channel transfer function. Finally, the third method to estimate and track the channel is based on *a posteriori* probability channel estimation. The estimation of the two-dimensional channel transfer function is performed by a concatenation of two one-dimensional *a posteriori* probability estimators in time and frequency direction, respectively. These two estimators are embedded in an iterative loop similar to the turbo decoding principle. The performance of the different channel estimators is evaluated on the basis of bit error rate charts. In addition, the convergence of the iterative decoding loop of the second and third estimator is studied with the Extrinsic Information Transfer Chart.

Kapitel 1

Einleitung

In den letzten Jahren ist das Interesse an der Mobilkommunikation deutlich gestiegen. Mit dieser Entwicklung ist auch die Frage nach geeigneten Modulationsverfahren verbunden. Eines dieser Modulationsverfahren, dem erst in den letzten Jahren der Durchbruch gelang, ist das Mehrträgermodulationsverfahren Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) [1].

Das Grundprinzip der OFDM-Technik besteht darin, dass die gesamte Übertragungsbandbreite in viele schmalbandige Teilbänder aufgeteilt wird, deren Mittenfrequenzen äquidistant sind. Diese Mittenfrequenzen werden auch als Unterträgerfrequenzen bezeichnet. Der Abstand der Unterträgerfrequenzen ist so gewählt, dass die Unterträger orthogonal zueinander sind. Das Sendesignal bestimmt sich aus der Summe dieser vielen Teilsignale. Dabei besitzen diese Teilsignale eine große Symboldauer. Dadurch wird erreicht, dass bei der Übertragung über einen frequenzselektiven zeitvarianten Kanal in jedem Teilband ein geringer Entzerreraufwand entsteht. Der einfachste Entzerrer führt eine Multiplikation mit einem komplexen Faktor für jedes Teilband durch. Ein weiterer Punkt ist, dass zur Realisierung dieses Modulationsverfahrens die schnelle Fourier-Transformation, Fast Fourier Transformation (FFT), verwendet werden kann.

Für das in Europa entwickelte digitale terrestrische Fernsehsystem Digital Video Broadcasting - Terrestrial (DVB-T) [2] wurde das OFDM-Verfahren ausgewählt. Die einzelnen Unterträger werden dabei mit einem nicht-differentiellen Verfahren moduliert. Dieses wird in der Literatur auch mit kohärenter Modulation bezeichnet, z. B. [3, 4]. Damit nun die gesendeten Videodaten beim Empfänger wieder zurückgewonnen werden können, muss der Empfänger den Kanal kennen. Da dieses i. A. nicht der Fall sein wird, muss im Empfänger eine Kanalschätzung erfolgen, um die Entzerrerkoeffizienten der einzelnen Teilbänder zu bestimmen. Die Kanalschätzung basiert dabei auf Pilotsignalen, die in das zu übertragende Datensignal eingefügt werden [2]. Die Kanalschätzung stellt für einen Empfänger eine wichtige und notwendige Aufgabe dar.

In der vorliegenden Arbeit werden verschiedene Kanalschätzverfahren für das Mehrträgermodulationsverfahren OFDM untersucht. Dabei ist vor allem die Datenübertragung über zeitvariante und frequenzselektive Kanäle von Interesse. Für die Kanalschätzverfahren, die in dieser Arbeit betrachtet werden, werden die Grenzen anhand der gegebenen physikalischen Eigenschaften des Kanals ermittelt.

In Kapitel 2 wird das gesamte Übertragungssystem vorgestellt. Dazu wird ausführlich auf die Mehrträgermodulation OFDM eingegangen. Danach erfolgt die Beschreibung des zeitvarianten frequenzselektiven Übertragungskanals. Die Auswirkungen des Übertragungskanals auf die OFDM-Übertragung werden anschließend aufgezeigt. Den Abschluss dieses Kapitels bildet die Darstellung des gesamten Übertragungssystems für die Mobilkommunikation.

Mit der Kanalschätzung, basierend auf Interpolationsfilter, befasst sich Kapitel 3. Es wird die Struktur des Empfängers erläutert und die Anordnung vorgestellt, wie die Pilotsignale in den Datenstrom eingebettet werden. Anschließend wird die Berechnung der Filterkoeffizienten für die Interpolationsfilter hergeleitet. Eine Diskussion über die Grenzen dieses Schätzverfahrens anhand der physikalischen Eigenschaften des Kanals schließt dieses Kapitel ab.

In Kapitel 4 erfolgt eine Erweiterung der Empfängerstruktur aufgrund der in Kapitel 3 erhaltenen Ergebnisse. Diese Erweiterung beinhaltet eine Iterationsschleife, um eine Kanalschätzung, basierend auf iterativer Filterung und Decodierung, durchführen zu können. Anschließend werden die Filterkoeffizienten dieses Schätzverfahrens hergeleitet. Zum Abschluss dieses Kapitels wird die Leistungsfähigkeit des Empfängers in Abhängigkeit von den Parametern des Übertragungskanals untersucht.

Das dritte Kanalschätzverfahren, das in dieser Arbeit untersucht wird, erläutert Kapitel 5. Entsprechend zu Kapitel 4 beinhaltet die Empfängerstruktur eine Iterationsschleife. Jedoch wird für die Kanalschätzung ein weiterer Aspekt verwendet, so dass sich dieses Schätzverfahren deutlich von den vorangegangenen Verfahren unterscheidet. Dieses Schätzverfahren nützt zusätzlich zur Kontinuität der Kanalübertragungsfunktion das begrenzte Symbolalphabet der Sendesymbole aus. Nach einer ausführlichen Erklärung des Kanalschätzverfahrens wird die Leistungsfähigkeit des Empfängers in Abhängigkeit von den Kanalparametern untersucht und mit den beiden anderen vorgestellten Schätzverfahren verglichen.

Die wichtigsten Ergebnisse werden in Kapitel 6 zusammengefasst. Dieses Kapitel bildet auch den Abschluss dieser Arbeit.

Kapitel 2

OFDM-Übertragungssystem

In diesem Kapitel wird das OFDM-Übertragungssystem für Mobilkommunikation vorgestellt, das als Grundlage für die folgenden Kapitel dient. Die Betrachtung des Übertragungssystems erfolgt dabei im äquivalenten zeitdiskreten Basisband, so dass zur Beschreibung des Systems komplexwertige zeitdiskrete Signale herangezogen werden.

2.1 Zeitdiskretes OFDM-System

In Bild 2.1 ist der zeitdiskrete OFDM-Modulator dargestellt. Dieser Modulator wird vorzugsweise aufgrund der schnellen Implementierungsmöglichkeit mit Hilfe der inversen FFT (IFFT) realisiert. I. A. basiert diese Modulation auf der inversen diskreten Fourier-Transformation, Inverse Discrete Fourier Transformation (IDFT).

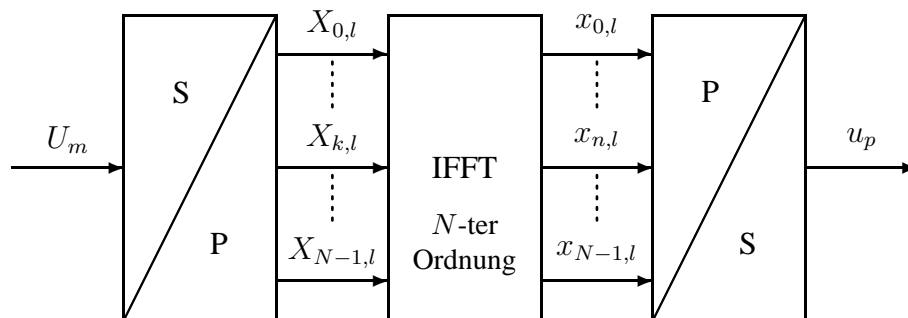


Bild 2.1: Zeitdiskreter OFDM-Modulator

Das Eingangssignal in den Modulator ist mit U_m bezeichnet. Dabei steht U_m für ein QAM-Symbol zum diskreten Index m . Als erstes erfolgt im Modulator eine Seriell/Parallel-Umsetzung (S/P-Umsetzung), um die Eingangssymbole U_m in die Symbole $X_{k,l}$ überzuführen. Der Zusammenhang ist nun wie folgt:

$$X_{k,l} = U_{N \cdot l + k} \quad ; l \in \mathbb{Z}; k = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.1)$$

Durch diese Umsetzung wird eine blockweise Verarbeitung erzielt, d.h. das Eingangssignal U_m wird in Blöcke zu N Werten eingeteilt. Die IFFT arbeitet anschließend auf diesen Blöcken, wobei N die Ordnung der IFFT angibt. Damit die IFFT verwendet werden kann, muss N eine Zweierpotenz sein. Das Ausgangssignal $x_{n,l}$ der IFFT in Abhängigkeit des Eingangssignals $X_{k,l}$ lautet:

$$x_{n,l} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_{k,l} \cdot e^{j2\pi kn} \quad (2.2)$$

Nach der sich anschließenden Parallel/Seriell-Umsetzung (P/S-Umsetzung) erhält man das Sendesignal u_p . Das Signal u_p bestimmt sich aus dem Ausgangssignal $x_{n,l}$ der IFFT nach folgender Gleichung:

$$u_p = x_{p \bmod N, p \operatorname{Div} N} \quad ; p \in \mathbb{Z} \quad (2.3)$$

Der Operator Div steht für die ganzzahlige Division und der Operator Mod für den Rest einer ganzzahligen Division.

Der zeitdiskrete Demodulator ist in Bild 2.2 dargestellt. Da der Demodulator die inverse Operation zum Modulator durchführt, basiert der Demodulator auf der FFT bzw. i. A. auf der DFT.

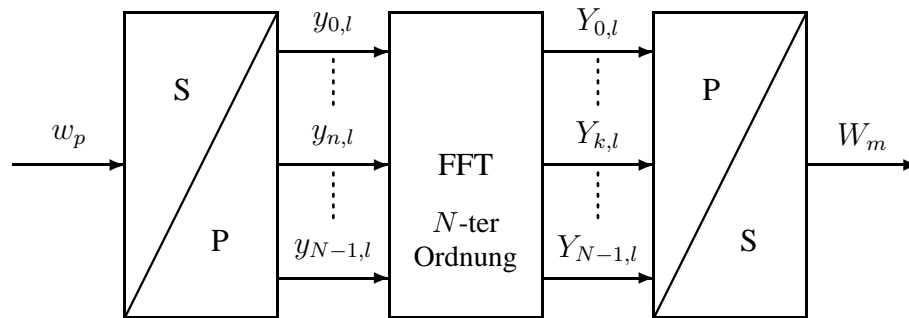


Bild 2.2: Zeitdiskreter OFDM-Demodulator

Das Empfangssignal w_p wird zuerst einem S/P-Umsetzer zugeführt, um die notwendige Blockstruktur für die anschließende FFT zu erhalten. Das Eingangssignal $y_{n,l}$ der FFT bestimmt sich aus dem Empfangssignal w_p wie folgt:

$$y_{n,l} = w_{N \cdot l + n} \quad ; l \in \mathbb{Z}; n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.4)$$

Das Ausgangssignal $Y_{k,l}$ der FFT in Abhängigkeit des Eingangssignals $y_{n,l}$ lautet:

$$Y_{k,l} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} y_{n,l} \cdot e^{-j2\pi nk} \quad (2.5)$$

Nach abschließender P/S-Umsetzung ergeben sich die Empfangssymbole W_m zu:

$$W_m = Y_m \text{ Mod } N, m \text{ Div } N \quad ; m \in \mathbb{Z} \quad (2.6)$$

Werden der OFDM-Modulator und -Demodulator direkt miteinander verbunden, dann gilt $w_p = u_p$. Damit bestimmt sich das Eingangssignal der FFT im Demodulator zu:

$$y_{n,l} = x_{n,l} \quad (2.7)$$

Unter Verwendung der Gleichungen (2.2) und (2.7) berechnet sich das Ausgangssignal $Y_{k,l}$ der FFT mit Hilfe von Gleichung (2.5) zu:

$$Y_{k,l} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{h=0}^{N-1} X_{h,l} \cdot e^{\frac{j2\pi hn}{N}} \cdot e^{\frac{-j2\pi nk}{N}} = \frac{1}{N} \sum_{h=0}^{N-1} X_{h,l} \sum_{n=0}^{N-1} e^{\frac{j2\pi n(h-k)}{N}} \quad (2.8)$$

Mit Hilfe der Beziehung

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{\frac{j2\pi n(h-k)}{N}} = N \cdot \delta_{h-k} \quad ; k, h = 0, \dots, N-1 \quad ; \delta_m = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.9)$$

vereinfacht sich Gleichung (2.8) zu:

$$Y_{k,l} = X_{k,l} \quad (2.10)$$

Daraus folgt $W_m = U_m$, so dass für diesen Fall die empfangenen QAM-Symbole W_m gleich den gesendeten U_m sind. Dadurch stellt der OFDM-Demodulator die inverse Operation zum OFDM-Modulator dar. Im Weiteren ist nun zu untersuchen, welche Auswirkungen ein diskreter Kanal und zusätzliches Rauschen auf die Empfangssymbole W_m haben, da i. A. der Sender und Empfänger nicht direkt miteinander verbunden sind.

Das in Bild 2.1 dargestellte Blockschaltbild des zeitdiskreten OFDM-Modulators ist zu ausführlich und zu unhandlich für die Einbindung in ein Blockschaltbild eines Gesamtsystems. Deswegen wird zur Vereinfachung das in Bild 2.3 dargestellte Blockschaltbild für den diskreten OFDM-Modulator verwendet.

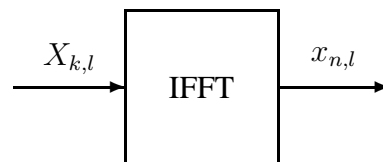


Bild 2.3: Zeitdiskreter OFDM-Modulator (vereinfachte Darstellung)

Die Ausführungen zum Blockschaltbild des zeitdiskreten OFDM-Modulators gelten natürlich in gleicher Weise für den OFDM-Demodulator. Aufgrund dessen wird auch für den

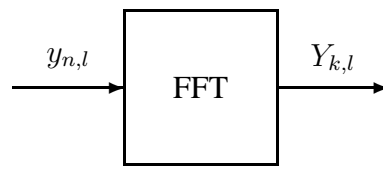


Bild 2.4: Zeitdiskreter OFDM-Modulator (vereinfachte Darstellung)

Demodulator ein vereinfachtes Blockschaltbild im Folgenden benutzt. Bild 2.4 zeigt dieses vereinfachte Blockschaltbild.

Ein wichtiger Aspekt der OFDM-Technik ist das Einfügen eines sog. Schutzintervalls beim Sender, um beim Empfänger den Entzerreraufwand gering zu halten. Die Einfügung dieses Schutzintervalls erfolgt nach der Modulation. Dabei werden jedem FFT-Block die letzten G_{zp} Werte des Blocks vorangestellt. Dadurch spricht man in diesem Zusammenhang von einem zyklischen Präfix (ZP). Das Blockschaltbild der Kombination von OFDM-Modulation und Einfügung des zyklischen Präfixes ist in Bild 2.5 dargestellt.

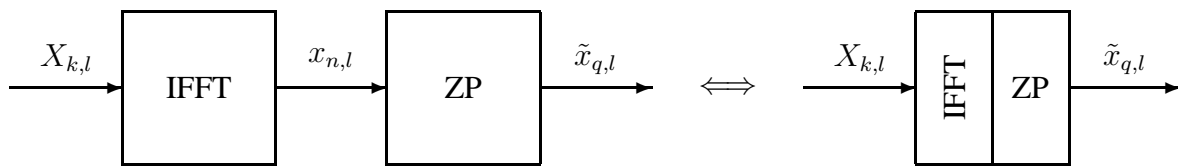


Bild 2.5: OFDM-Modulator mit Einfügung des Schutzintervalls

Das Sendesignal $\tilde{x}_{q,l}$ nach der Einfügung des zyklischen Präfixes ergibt sich zu:

$$\tilde{x}_{q,l} = \begin{cases} x_{q+N-G_{zp},l} & 0 \leq q < G_{zp} \\ x_{q-G_{zp},l} & G_{zp} \leq q < M \end{cases} \quad ; M = N + G_{zp} \quad ; q = 0, \dots, M - 1 \quad (2.11)$$

Beim Empfänger wird das Schutzintervall verworfen, so dass für die anschließende FFT die Blockgröße von N erreicht wird. Diese Erweiterung des Empfängers zeigt Bild 2.6.

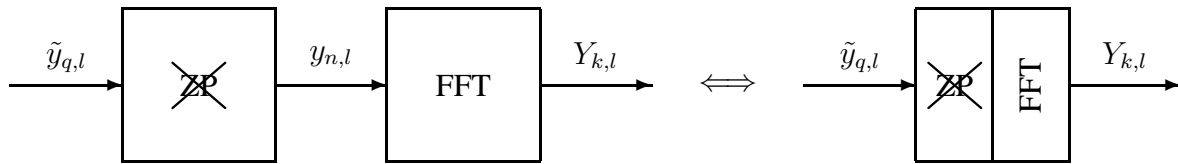


Bild 2.6: OFDM-Modulator mit Entfernung des Schutzintervalls

Das Signal $y_{n,l}$ nach der Entfernung des Schutzintervalls bestimmt sich aus dem Empfangssignal $\tilde{y}_{q,l}$ wie folgt:

$$y_{n,l} = \tilde{y}_{n+G_{zp},l} \quad ; n = 0, \dots, N - 1 \quad (2.12)$$

2.2 Mobilfunkkanal

Bei der terrestrischen Funkübertragung erreicht das Sendesignal aufgrund von Reflexion und Streuung an Hindernissen den Empfänger auf mehreren Ausbreitungswegen, den sog. Pfaden. Diese Beschreibung der terrestrischen Funkübertragung basiert auf einem linearen Mehrwegemodell. Auf jedem Pfad wird das Sendesignal unterschiedlich verzögert und gedämpft. Bewegen sich Sender, Empfänger oder Hindernisse, so tritt zusätzlich aufgrund des Doppler-Effekts eine Dopplerverschiebung f_D , auch Dopplerfrequenz genannt, pro Pfad auf. In diesem Fall werden die Systemfunktionen des Funkkanals zeitvariant. Die Dopplerverschiebung f_{D_ν} des ν -ten Pfades bestimmt sich im Falle des bewegten Empfängers aus der Geschwindigkeit v des Empfängers, dem Winkel α_ν , der HF-Trägerfrequenz f_{HF} des Sendesignals und der Lichtgeschwindigkeit c_L zu:

$$f_{D_\nu} = \frac{v}{c_L} f_{\text{HF}} \cos(\alpha_\nu) \quad (2.13)$$

Dabei wird vorausgesetzt, dass die HF-Trägerfrequenz f_{HF} sehr viel größer als die Bandbreite B des Sendesignals ist [5]. In Bild 2.7 ist der Winkel α_ν zwischen der Einfallsrichtung der Welle ν und der Fahrtrichtung dargestellt.

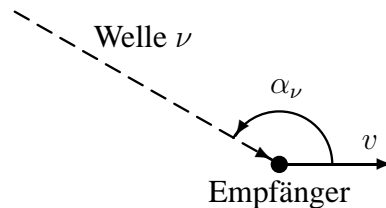


Bild 2.7: Skizze zum Winkel α_ν

2.2.1 Beschreibung des Mobilfunkkanals

Die Antwort $w(t)$ eines Mobilfunkkanals auf ein Eingangssignal $u(t)$ lässt sich auf der Basis eines linearen, zeitvarianten Systems nach [6] wie folgt berechnen:

$$w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) u(t - \tau) d\tau \quad (2.14)$$

Dabei ist $h(\tau, t)$ die sog. zeitvariante Impulsantwort. Durch Fouriertransformation der zeitvarianten Impulsantwort $h(\tau, t)$ bezüglich τ erhält man die zeitvariante Übertragungsfunktion $H(f, t)$ des Kanals.

$$h(\tau, t) \circ \bullet H(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2.15)$$

Neben der zeitvarianten Impulsantwort $h(\tau, t)$ und der zeitvarianten Übertragungsfunktion $H(f, t)$ gibt es noch zwei weitere Systemfunktionen [6]. Eine davon ist die sog. dopplervariante Impulsantwort $S(\tau, f_D)$, die die Fouriertransformierte von $h(\tau, t)$ nach t darstellt.

$$h(\tau, t) \circlearrowright S(\tau, f_D) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi f_D t} dt \quad (2.16)$$

Die vierte Systemfunktion, die dopplervariante Übertragungsfunktion $F(f, f_D)$, ergibt sich aus der Fouriertransformation von $S(\tau, f_D)$ nach τ .

$$S(\tau, f_D) \circlearrowright F(f, f_D) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau, f_D) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (2.17)$$

Alle vier vorgestellten Systemfunktionen des Kanals stehen miteinander über Fouriertransformationen in Beziehung. Sie spiegeln verschiedene Sichtweisen auf den Kanal wider. In Bild 2.8 sind diese Beziehungen zusammengestellt.

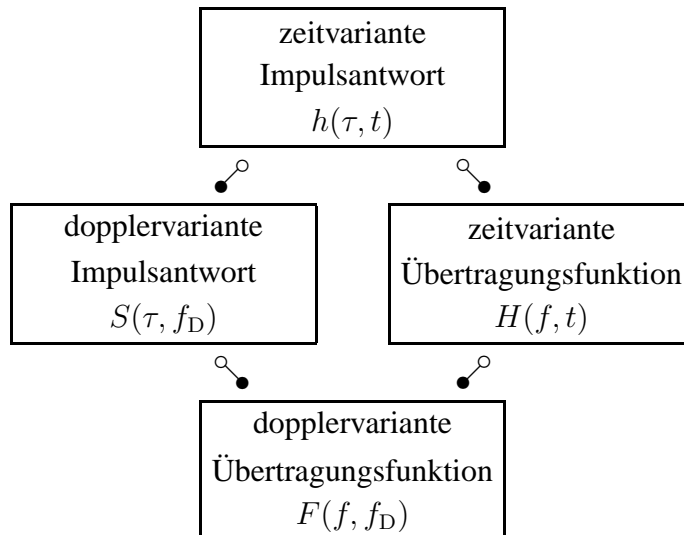


Bild 2.8: Beziehungen der Systemfunktionen des Mobilfunkkanals

Neben den Systemfunktionen spielen Korrelationsfunktionen eine wichtige Rolle für die statistische Beschreibung des Kanals. So bestimmt sich die Autokorrelationsfunktion der zeitvarianten Impulsantwort $R_h(\tau, \tau'; t, t')$ zu:

$$R_h(\tau, \tau'; t, t') = E \{ h(\tau, t) \cdot h(\tau', t')^* \} \quad (2.18)$$

Entsprechend berechnet sich die Autokorrelationsfunktion der zeitvarianten Übertragungsfunktion $R_H(f, f'; t, t')$ zu:

$$R_H(f, f'; t, t') = E \{H(f, t) \cdot H(f', t')^*\} \quad (2.19)$$

Die Verknüpfung sämtlicher Autokorrelationsfunktionen untereinander ist durch zweidimensionale Fouriertransformation gegeben [5]. In Bild 2.9 sind die Beziehungen dieser Autokorrelationsfunktionen zueinander dargestellt.

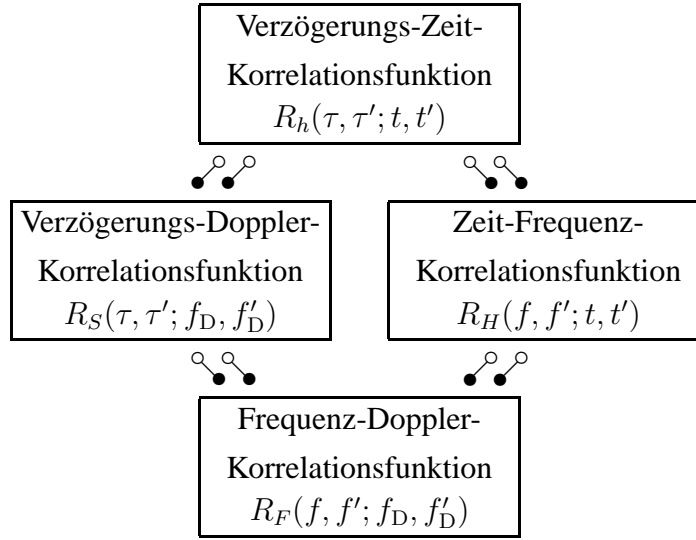


Bild 2.9: Beziehungen der Autokorrelationsfunktionen des Mobilfunkkanals

2.2.2 WSSUS-Kanal

Eine wichtige Klasse von Kanälen stellen die WSSUS-Kanäle, Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering, dar. Bei WSSUS-Kanälen werden eine schwache Stationarität bezüglich der Zeit und unkorrelierte Streuer vorausgesetzt [5]. Dadurch ist die Korrelationsfunktion $R_H(f, f'; t, t')$ der zeitvarianten Übertragungsfunktion nur von der Frequenzdifferenz $\Delta f = f - f'$ und der Zeitdifferenz $\Delta t = t - t'$ abhängig. Reale Mobilfunkkanäle erfüllen die WSSUS-Eigenschaften für Gebiete mit Abmessungen bis zu einigen Zehnfachen der Wellenlänge [7, 8]. Die Autokorrelationsfunktionen bei WSSUS-Kanälen lassen sich wie folgt beschreiben:

$$R_h(\tau, \tau'; t, t') = P_h(\tau, t - t') \cdot \delta(\tau - \tau') \quad (2.20)$$

$$R_H(f, f'; t, t') = R_H(f - f'; t - t') \quad (2.21)$$

$$R_S(\tau, \tau'; f_D, f'_D) = P_S(\tau, f_D) \cdot \delta(\tau - \tau') \cdot \delta(f_D - f'_D) \quad (2.22)$$

$$R_F(f, f'; f_D, f'_D) = P_F(f - f', f_D) \cdot \delta(f_D - f'_D) \quad (2.23)$$

Die Systemeigenschaften des WSSUS-Kanals sind in Bild 2.10 dargestellt [5].

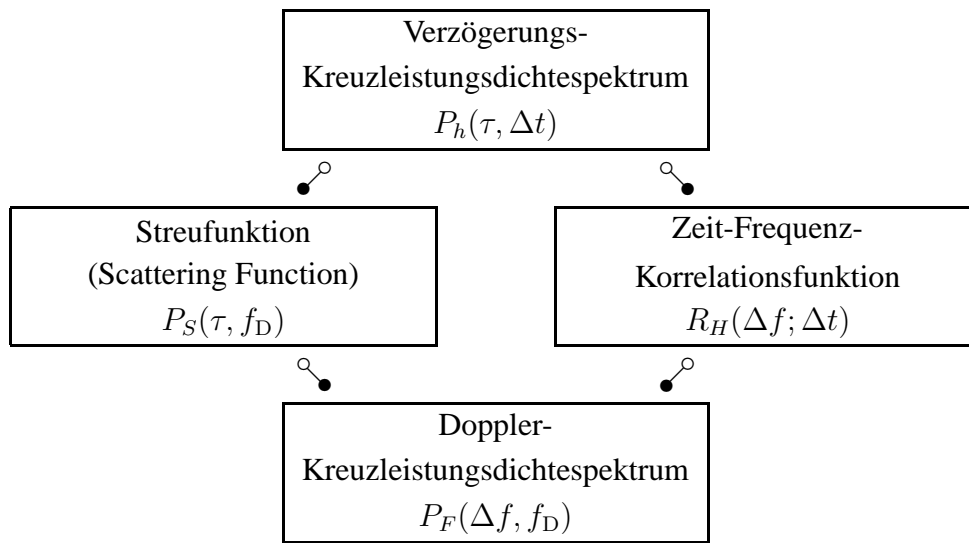


Bild 2.10: Beziehungen der Korrelationsfunktionen des WSSUS-Kanals

Zwei weitere wichtige Kenngrößen des WSSUS-Kanals, die in der Literatur eine große Bedeutung haben, sind das Verzögerungs-Leistungsdichtespektrum $P_h(\tau)$ und das Doppler-Leistungsdichtespektrum $P_F(f_D)$. Das Verzögerungs-Leistungsdichtespektrum $P_h(\tau)$ ist wie folgt definiert:

$$P_h(\tau) = P_h(\tau, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} P_S(\tau, f_D) df_D \quad (2.24)$$

Das Doppler-Leistungsdichtespektrum $P_F(f_D)$ bestimmt sich zu:

$$P_F(f_D) = P_F(0, f_D) = \int_{-\infty}^{\infty} P_S(\tau, f_D) d\tau \quad (2.25)$$

2.2.3 Modellierung des Mobilfunkkanals

Für die statistische Nachbildung eines WSSUS-Mobilfunkkanals mit einer Streufunktion, die proportional zu einer vorgegebenen Streufunktion $P_S(\tau, f_D)$ ist, wird in [9] ein Monte-Carlo-Modell vorgeschlagen. Dieser Ansatz führt zu folgender Impulsantwort $h(\tau, t)$ des Mobilfunkkanals:

$$h(\tau, t) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{\nu=1}^L e^{j(\phi_\nu + 2\pi f_{D,\nu} t)} \cdot \delta(\tau - \tau_\nu) \quad (2.26)$$

Dabei ist ϕ_ν die Phase, $f_{D,\nu}$ die Dopplerverschiebung und τ_ν die Verzögerung des ν -ten Pfades. Ausgehend von dieser zeitvarianten Impulsantwort $h(\tau, t)$ bestimmt sich durch Fouriertransformation die zeitvariante Übertragungsfunktion $H(f, t)$ zu:

$$H(f, t) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{\nu=1}^L e^{j(\phi_\nu + 2\pi f_{D\nu} t - 2\pi f \tau_\nu)} \quad (2.27)$$

Die unabhängigen Zufallsvariablen ϕ_ν , $f_{D\nu}$ und τ_ν sollen dabei die folgenden Wahrscheinlichkeitsdichten besitzen:

$$p_{\tau, f_D}(\tau, f_D) = \frac{P_S(\tau, f_D)}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_S(\tau, f_D) d\tau df_D} \quad (2.28)$$

$$p_\phi(\phi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & 0 \leq \phi < 2\pi \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.29)$$

Durch die Verwendung dieser Kanalmodellierung wird eine Normierung der Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion $R_H(\Delta f; \Delta t)$ des Mobilfunkkanals zu $R_H(0; 0) = 1$ erzielt.

Mit der Voraussetzung, dass das Verzögerungs- und das Doppler-Leistungsdichtespektrum näherungsweise unabhängig voneinander sind, kann die Verbundwahrscheinlichkeitsdichte $p_{\tau, f_D}(\tau, f_D)$ wie folgt bestimmt werden [9]:

$$p_{\tau, f_D}(\tau, f_D) = p_\tau(\tau) \cdot p_{f_D}(f_D) \quad (2.30)$$

Als Konsequenz aus (2.30) folgt, dass die Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion $R_H(\Delta f; \Delta t)$ als Produkt der Frequenz-Korrelationsfunktion $R_{H,f}(\Delta f)$ und der Zeit-Korrelationsfunktion $R_{H,t}(\Delta t)$ geschrieben werden kann [9]:

$$R_H(\Delta f; \Delta t) = R_{H,f}(\Delta f) \cdot R_{H,t}(\Delta t) \quad (2.31)$$

$$R_{H,f}(\Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} p_\tau(\tau) \cdot e^{-j2\pi\Delta f\tau} d\tau \quad (2.32)$$

$$R_{H,t}(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{f_D}(f_D) \cdot e^{j2\pi f_D \Delta t} df_D \quad (2.33)$$

Für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_{f_D}(f_D)$ der Dopplerfrequenz wird im Weiteren folgende Verteilung angenommen [10]:

$$p_{f_D}(f_D) = \begin{cases} \frac{1}{\pi f_{D\max} \sqrt{1 - (f_D/f_{D\max})^2}} & |f_D| < f_{D\max} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.34)$$

Die Dopplerfrequenzen f_D haben damit eine Verteilung nach Jakes [11]. Die maximale Dopplerfrequenz wird mit $f_{D\max}$ bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Dopplerfrequenz $p_{f_D}(f_D)$ ist in Bild 2.11 dargestellt.

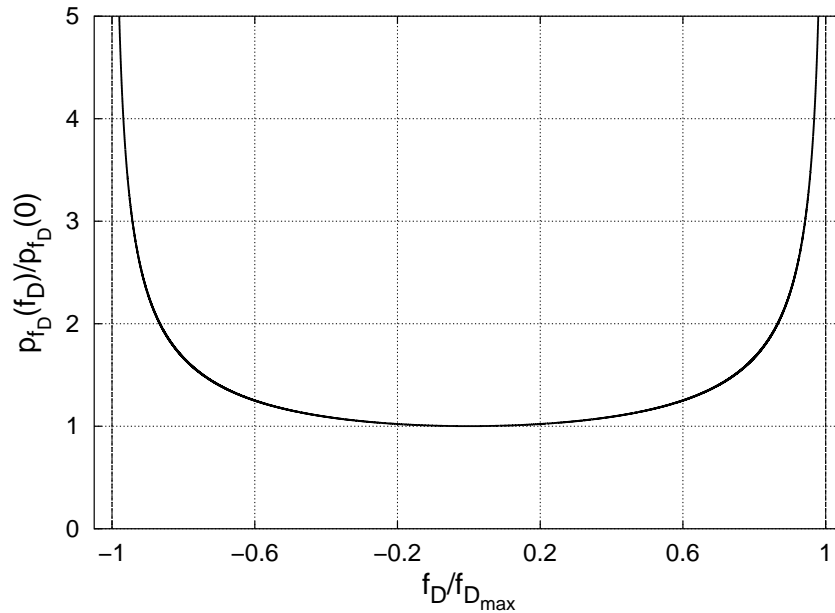


Bild 2.11: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_{f_D}(f_D)$ der Dopplerfrequenz nach Jakes

Durch Einsetzen von Gleichung (2.34) in Gleichung (2.33) berechnet sich die Zeit-Korrelationsfunktion $R_{H,t}(\Delta t)$ zu:

$$R_{H,t}(\Delta t) = \int_{-f_{D_{max}}}^{f_{D_{max}}} \frac{e^{j2\pi f_D \Delta t}}{\pi f_{D_{max}} \sqrt{1 - (f_D/f_{D_{max}})^2}} df_D = J_0(2\pi f_{D_{max}} \Delta t) \quad (2.35)$$

Dabei ist J_0 die Besselfunktion 0-ter Ordnung.

Im Folgenden wird die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_\tau(\tau)$ der Verzögerung verwendet [10]:

$$p_\tau(\tau) = \begin{cases} \frac{e^{-\tau/\tau_{rms}}}{\tau_{rms}(1 - e^{-\tau_{max}/\tau_{rms}})} & 0 \leq \tau \leq \tau_{max} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.36)$$

Dabei ist τ_{max} die maximale Verzögerung des Kanals, und τ_{rms} beeinflusst den Abfall von $p_\tau(\tau)$. Die Wahl von τ_{rms} ist so getroffen worden, dass $p_\tau(\tau_{max}) = 0,001 \cdot p_\tau(0)$ ist. Die Verzögerungen besitzen eine exponentielle Verteilung. Unter Verwendung der Gleichungen (2.32) und (2.36) bestimmt sich die Frequenz-Korrelationsfunktion $R_{H,f}(\Delta f)$ zu:

$$R_{H,f}(\Delta f) = \int_0^{\tau_{max}} \frac{e^{-\tau/\tau_{rms}} \cdot e^{-j2\pi \Delta f \tau}}{\tau_{rms}(1 - e^{-\tau_{max}/\tau_{rms}})} d\tau = \frac{1 - e^{-\tau_{max}(1/\tau_{rms} + j2\pi \Delta f)}}{(1 - e^{-\tau_{max}/\tau_{rms}})(1 + j2\pi \Delta f \tau_{rms})} \quad (2.37)$$

Bild 2.12 zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichte $p_\tau(\tau)$ der Verzögerung.

Weitere Kanalmodelle für die statistische Beschreibung des Mobilfunkkanals sind in [12] enthalten.

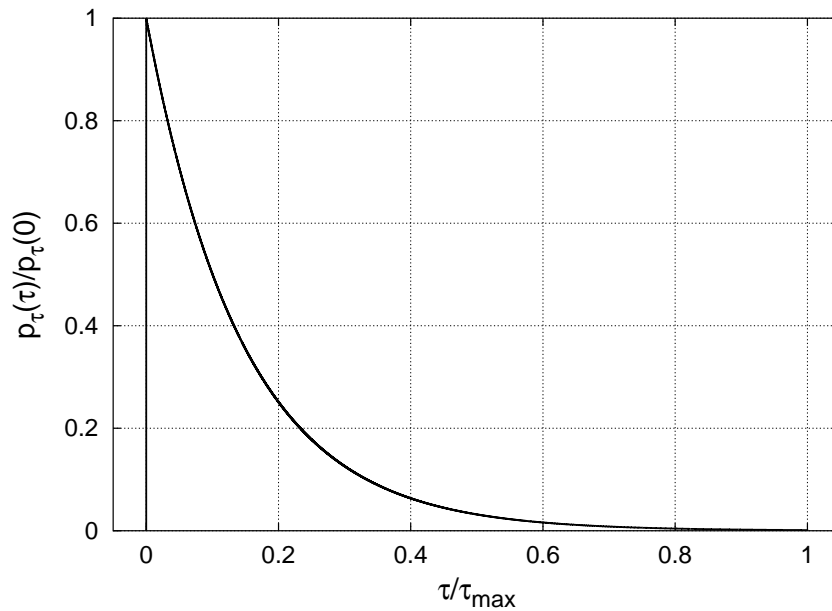


Bild 2.12: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_\tau(\tau)$ der Verzögerung

2.3 Modell des Übertragungssystems für Mobilfunkkanäle

Zur Untersuchung des Einflusses eines zeitvarianten Übertragungskanals auf ein OFDM-System wird das in Bild 2.13 dargestellte Blockschaltbild verwendet.

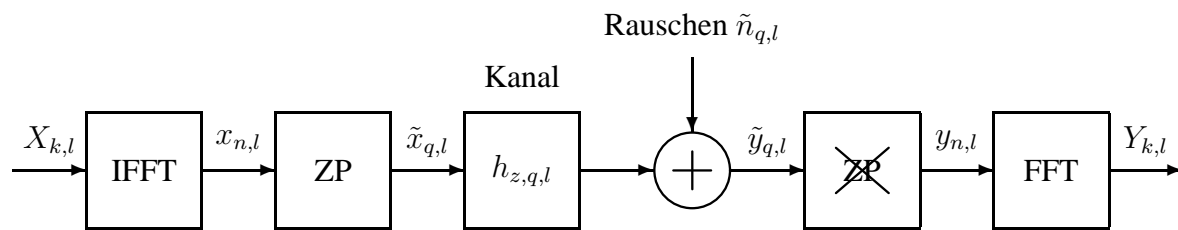


Bild 2.13: OFDM-Übertragungssystem

Das Sendesignal $\tilde{x}_{q,l}$ bestimmt sich mit Hilfe der Gleichungen (2.2) und (2.11) zu:

$$\tilde{x}_{q,l} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_{k,l} \cdot e^{j2\pi k \frac{(q-G_{zp})}{N}} \quad ; 0 \leq q < M \quad (2.38)$$

Die diskrete Impulsantwort $h_{z,q,l}$ des Kanals bestimmt sich über folgende Beziehung mit der Impulsantwort $h(\tau, t)$:

$$\sum_{z=0}^{L_h} h_{z,q,l} \cdot \delta(\tau - z \cdot T_A) = h(\tau, (q + l \cdot M) \cdot T_A) \quad (2.39)$$

Dabei ist angenommen worden, dass die Verzögerungen τ_ν der Impulsantwort $h(\tau, t)$ des Kanals ein ganzzahliges Vielfaches von T_A sind.

$$\tau_\nu = \lambda_\nu \cdot T_A \quad ; \lambda_\nu \in \mathbb{N} \quad \text{mit } \tau_{\max} = L_h \cdot T_A \quad (2.40)$$

Die Abtastfrequenz des D/A-Umsetzers, der in einem realen System für die Umsetzung der zeitdiskreten Werte des Sendesignals $\tilde{x}_{q,l}$ in ein analoges Signal notwendig ist, beträgt $f_A = 1/T_A$. Damit ergibt sich die Nutzdauer T_U eines OFDM-Symbols zu:

$$T_U = N \cdot T_A \quad (2.41)$$

Die Dauer T_G des Schutzintervalls beträgt:

$$T_G = G_{zp} \cdot T_A \quad (2.42)$$

Die Addition der Nutzdauer T_U mit der Dauer T_G des Schutzintervalls ergibt die gesamte Dauer T_S eines OFDM-Symbols.

$$T_S = T_U + T_G = M \cdot T_A \quad (2.43)$$

Unter Verwendung von Gleichung (2.39) berechnet sich die zugehörige zeitdiskrete und zeitvariante Übertragungsfunktion $H(f, (q + l \cdot M) \cdot T_A)$ des Kanals durch Fouriertransformation zu:

$$H(f, (q + l \cdot M) \cdot T_A) = \sum_{z=0}^{L_h} h_{z,q,l} \cdot e^{-j2\pi \cdot f \cdot z \cdot T_A} \quad (2.44)$$

Das Empfangssignal $\tilde{y}_{q,l}$ in Bild 2.13 berechnet sich aus der Faltung des Sendesignals $\tilde{x}_{q,l}$ und der Kanalimpulsantwort $h_{z,q,l}$ sowie dem zusätzlichen additiven Rauschsignal $\tilde{n}_{q,l}$ zu:

$$\tilde{y}_{q,l} = \sum_{z=0}^{\min\{q, L_h\}} h_{z,q,l} \cdot \tilde{x}_{q-z,l} + \sum_{z=\min\{q, L_h\}+1}^{L_h} h_{z,q,l} \cdot \tilde{x}_{M+q-z, l-1} + \tilde{n}_{q,l} \quad (2.45)$$

Für Gleichung (2.45) hat man vorausgesetzt, dass die maximale Verzögerung τ_{\max} kleiner ist als die gesamte Dauer eines OFDM-Symbols T_S .

$$L_h \leq M \quad (2.46)$$

Gleichung (2.45) lässt sich mit Hilfe des Kronecker-Symbols δ_k in folgender Weise schreiben:

$$\tilde{y}_{q,l} = \sum_{z=0}^{L_h} h_{z,q,l} \cdot \tilde{x}_{q-z,l} \sum_{m=0}^{M-1} \delta_{m-(q-z)} + \sum_{z=0}^{L_h} h_{z,q,l} \cdot \tilde{x}_{M+q-z, l-1} \sum_{m=0}^{M-1} \delta_{m-(q-z+M)} + \tilde{n}_{q,l} \quad (2.47)$$

Nach Entfernung des Schutzintervalls berechnet sich unter Verwendung von (2.12) das Empfangssignal $y_{n,l}$ zu:

$$y_{n,l} = \sum_{z=0}^{L_h} h_{z,G_{zp}+n,l} \cdot \tilde{x}_{G_{zp}+n-z,l} \sum_{m=0}^{M-1} \delta_{m-(G_{zp}+n-z)} + \sum_{z=0}^{L_h} h_{z,G_{zp}+n,l} \cdot \tilde{x}_{M+G_{zp}+n-z,l-1} \sum_{m=0}^{M-1} \delta_{m-(G_{zp}+n-z+M)} + n_{n,l} \quad (2.48)$$

Dabei ist $n_{n,l} = \tilde{n}_{n+G_{zp},l}$ das additive Rauschsignal.

Aus Gleichung (2.48) ist ersichtlich, dass für $L_h < G_{zp} + 1$ der zweite Summenterm in dieser Gleichung verschwindet. Damit erhält man keine Symbolinterferenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden OFDM-Symbolen (ISI, Inter Symbol Interference), falls die Dauer des Schutzintervalls größer ist als die maximale Verzögerung des Kanals. Damit ergibt sich für die Dauer des Schutzintervalls:

$$G_{zp} \geq L_h \quad (2.49)$$

Gleichung (2.48) vereinfacht sich mit der Voraussetzung aus Gleichung (2.49) zu:

$$\tilde{y}_{n,l} = \sum_{z=0}^{L_h} h_{z,G_{zp}+n,l} \cdot \tilde{x}_{G_{zp}+n-z,l} \sum_{m=0}^{M-1} \delta_{m-(G_{zp}+n-z)} + n_{n,l} \quad (2.50)$$

$$y_{n,l} = \sum_{z=0}^{L_h} h_{z,G_{zp}+n,l} \cdot \tilde{x}_{G_{zp}+n-z,l} + n_{n,l} \quad (2.51)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.38) in Gleichung (2.51) erhält man:

$$y_{n,l} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} X_{m,l} \cdot e^{j2\pi mn} \sum_{z=0}^{L_h} h_{z,G_{zp}+n,l} \cdot e^{-j2\pi mz} + n_{n,l} \quad (2.52)$$

Das Empfangssignal $Y_{k,l}$ nach der FFT berechnet sich mit Hilfe der Gleichungen (2.5) und (2.52) zu

$$Y_{k,l} = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X_{m,l} \cdot \iota_{k,m,l} + N_{k,l} \quad (2.53)$$

mit

$$\iota_{k,m,l} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{z=0}^{L_h} h_{z,G_{zp}+n,l} \cdot e^{j2\pi m(n-z)} \cdot e^{-j2\pi nk} \quad (2.54)$$

und

$$N_{k,l} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} n_{n,l} \cdot e^{-\frac{j2\pi nk}{N}}. \quad (2.55)$$

Im rauschfreien Fall mit $n_{n,l} = 0$ vereinfacht sich Gleichung (2.53) zu:

$$Y_{k,l} = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X_{m,l} \cdot \iota_{k,m,l} \quad (2.56)$$

Bei einer Übertragung über einen zeitinvarianten Kanal mit der diskreten Impulsantwort $h_z = h_{z,0,0}$ bestimmt sich $\iota_{k,m,l}$ zu:

$$\iota_{k,m,l} = \sum_{z=0}^{L_h} h_z \cdot e^{-\frac{j2\pi mz}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} e^{\frac{j2\pi n(m-k)}{N}} \quad (2.57)$$

Gleichung (2.57) ist nur für den Fall $m = k$ ungleich Null. Somit berechnet sich $Y_{k,l}$ bei der Übertragung über einen zeitinvarianten Kanal zu:

$$Y_{k,l} = X_{k,l} \sum_{z=0}^{L_h} h_z \cdot e^{-\frac{j2\pi kz}{N}} \quad (2.58)$$

Mit Hilfe von Gleichung (2.44) und $H_k = H(k \cdot f_U, 0)$ sowie $f_U = 1/(N \cdot T_A)$ ergibt sich schließlich:

$$Y_{k,l} = X_{k,l} \cdot H(k/T_U, 0) = X_{k,l} \cdot H(k \cdot f_U, 0) = X_{k,l} \cdot H_k \quad (2.59)$$

Damit ist nun die physikalische Bedeutung des Indexes k zu erkennen. Die zu sendenden QAM-Symbole $X_{k,l}$ werden auf sog. Unterträger unterschiedlicher äquidistanter Frequenzen $f_k = k \cdot f_U$ moduliert. Diese Träger haben einen Frequenzabstand, den sog. Unterträgerabstand, von $f_U = 1/T_U$. Bei der Übertragung über einen zeitinvarianten Kanal werden die gesendeten QAM-Symbole $X_{k,l}$ mit jeweils einem Koeffizienten H_k der Kanalübertragungsfunktion $H(f, 0)$ gewichtet. Dadurch ist beim Empfänger eine einfache Entzerrerstruktur möglich. Außerdem tritt keine Nachbarkanalbeeinflussung, Inter Carrier Interference (ICI), auf.

Der Aspekt, dass keine ICI auftritt, ist im Falle der Übertragung über einen zeitvarianten Kanal nicht mehr gegeben. Aus Gleichung (2.56) lässt sich $Y_{k,l}$ entsprechend

$$Y_{k,l} = \chi_{k,l} + \kappa_{k,l} \quad (2.60)$$

mit

$$\chi_{k,l} = \frac{1}{N} \cdot X_{k,l} \cdot \iota_{k,k,l} \quad (2.61)$$

und

$$\kappa_{k,l} = \frac{1}{N} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{N-1} X_{m,l} \cdot \iota_{k,m,l} \quad (2.62)$$

darstellen. Von Interesse sind nun der Erwartungswert von $\chi_{k,l} \cdot \chi_{k,l}^*$ und der Erwartungswert von $\kappa_{k,l} \cdot \kappa_{k,l}^*$. Der Erwartungswert von $\chi_{k,l} \cdot \chi_{k,l}^*$ berechnet sich zu:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \{ \chi_{k,l} \cdot \chi_{k,l}^* \} &\stackrel{(2.61)}{=} \mathbb{E} \left\{ \frac{1}{N^2} \cdot X_{k,l} \cdot X_{k,l}^* \cdot \iota_{k,k,l} \cdot \iota_{k,k,l}^* \right\} \\ &= \frac{E_S}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\tilde{n}=0}^{N-1} \sum_{z=0}^{L_h} \sum_{\tilde{z}=0}^{L_h} \mathbb{E} \left\{ h_{z, G_{zp}+n,l} \cdot h_{\tilde{z}, G_{zp}+\tilde{n},l}^* \right\} e^{\frac{-j2\pi k(z-\tilde{z})}{N}} \end{aligned} \quad (2.63)$$

Dabei ist die Beziehung für die mittlere Signalenergie $E_S = \mathbb{E} \{ X_{k,l} \cdot X_{k,l}^* \}$ und die Unabhängigkeit von $X_{k,l}$ und $\iota_{k,k,l}$ verwendet worden. Nach Gleichung (2.20) gilt bei WSSUS-Kanälen:

$$\mathbb{E} \left\{ h_{z, G_{zp}+n,l} \cdot h_{\tilde{z}, G_{zp}+\tilde{n},l}^* \right\} = P_h(z, n - \tilde{n}) \cdot \delta_{z-\tilde{z}} \quad (2.64)$$

Gleichung (2.63) vereinfacht sich mit Hilfe von Gleichung (2.64) zu:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \{ \chi_{k,l} \cdot \chi_{k,l}^* \} &= \frac{E_S}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\tilde{n}=0}^{N-1} \sum_{z=0}^{L_h} P_h(z, n - \tilde{n}) \\ &= \frac{E_S}{N^2} \left(N \sum_{z=0}^{L_h} P_h(z, 0) + 2 \sum_{\Delta n=1}^{N-1} (N - \Delta n) \sum_{z=0}^{L_h} \mathcal{R} \{ P_h(z, \Delta n) \} \right) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Es ist zu bemerken, dass das Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum $P_h(\tau, \Delta t)$ konjugiert symmetrisch ist, da die Streufunktion $P_S(\tau, f_D)$ reell ist. Mit $\mathcal{R} \{ z \}$ ist der Realteil von z bezeichnet. Entsprechend zur Bestimmung von $\mathbb{E} \{ \chi_{k,l} \cdot \chi_{k,l}^* \}$ berechnet sich $\mathbb{E} \{ \kappa_{k,l} \cdot \kappa_{k,l}^* \}$ unter Verwendung der statistischen Unabhängigkeit der gesendeten Symbole $X_{k,l}$ mit

$$\mathbb{E} \left\{ X_{k,l} \cdot X_{\tilde{k}, \tilde{l}}^* \right\} = E_S \cdot \delta_{k-\tilde{k}} \cdot \delta_{l-\tilde{l}} \quad (2.66)$$

zu:

$$\begin{aligned}
E \{ \kappa_{k,l} \cdot \kappa_{k,l}^* \} &= \frac{E_S}{N^2} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{N-1} \left(N \sum_{z=0}^{L_h} P_h(z, 0) \right. \\
&\quad \left. + 2 \sum_{\Delta n=1}^{N-1} (N - \Delta n) \sum_{z=0}^{L_h} \mathcal{R} \left\{ P_h(z, \Delta n) e^{\frac{j2\pi\Delta n(m-k)}{N}} \right\} \right) \quad (2.67)
\end{aligned}$$

Unter Verwendung der Normierung $\sum_{z=0}^{L_h} P_h(z, 0) = 1$ des Mobilfunkkanals, die unmittelbar aus Gleichung (2.28) folgt, bestimmt sich die Summe dieser beiden Erwartungswerte zu:

$$E \{ \chi_{k,l} \cdot \chi_{k,l}^* \} + E \{ \kappa_{k,l} \cdot \kappa_{k,l}^* \} = E_S \quad (2.68)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (2.65) und (2.68) ergibt sich der Erwartungswert der ICI-Störung zu:

$$E \{ \kappa_{k,l} \cdot \kappa_{k,l}^* \} = E_S - \frac{E_S}{N^2} \left(N + 2 \sum_{\Delta n=1}^{N-1} (N - \Delta n) \sum_{z=0}^{L_h} \mathcal{R} \{ P_h(z, \Delta n) \} \right) \quad (2.69)$$

Für das hier betrachtete Kanalmodell berechnet sich $\sum_{z=0}^{L_h} \mathcal{R} \{ P_h(z, \Delta n) \}$ zu:

$$\sum_{z=0}^{L_h} \mathcal{R} \{ P_h(z, \Delta n) \} = J_0(2\pi\Delta n f_{D_{\max}} T_A) \quad (2.70)$$

Setzt man nun Gleichung (2.70) in Gleichung (2.69) ein, so erhält man schließlich für den Erwartungswert der ICI-Störung [13]:

$$E \{ \kappa_{k,l} \cdot \kappa_{k,l}^* \} = E_S - \frac{E_S}{N^2} \left(N + 2 \sum_{\Delta n=1}^{N-1} (N - \Delta n) \cdot J_0(2\pi\Delta n f_{D_{\max}} T_A) \right) \quad (2.71)$$

Bei konstantem T_A und N nimmt der Erwartungswert der ICI-Störung zu, wenn die maximale Dopplerfrequenz $f_{D_{\max}}$ steigt [13]. Dies liegt daran, dass sich durch eine steigende maximale Dopplerfrequenz $f_{D_{\max}}$ der Mobilfunkkanal zeitlich schneller ändert. Erhöht man N bei konstantem T_A und konstanter maximaler Dopplerfrequenz $f_{D_{\max}}$, so vergrößert sich der Erwartungswert der ICI-Störung ebenfalls [13]. In diesem Fall wird durch Erhöhung von N die Nutzdauer eines OFDM-Symbols vergrößert. Dadurch erfährt ein längeres OFDM-Symbol eine größere zeitliche Änderung des Kanals.

Die erhaltenen Ergebnisse für die beiden Erwartungswerte können dazu verwendet werden, die Symbolfehlerhäufigkeit aufgrund der Zeitvarianz des Kanals näherungsweise zu berechnen [13, 14]. Der Einfluss anderer Kanalmodelle bzw. Dopplerleistungsdichtespektren auf den Erwartungswert der ICI-Störung findet sich u. a. in [15, 16]. In [16, 17] werden für den Erwartungswert der ICI-Störung Näherungsformeln hergeleitet.

Vernachlässigt man den ICI-Störterm¹ in Gleichung (2.60), so berechnet sich das Empfangs-

¹Gedanklich kann der ICI-Störterm dem additiven Rauschen zugeordnet werden.

signal $Y_{k,l}$ mit Hilfe von Gleichung (2.44) unter Berücksichtigung des Rauschens $N_{k,l}$ zu:

$$Y_{k,l} = \frac{X_{k,l}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} H(k \cdot f_U, (G_{zp} + n + l \cdot M) \cdot T_A) + N_{k,l} \quad (2.72)$$

Ist die zeitliche Änderung des Kanals während der Dauer T_S eines OFDM-Symbols klein, so gilt näherungsweise:

$$H(k \cdot f_U, (G_{zp} + n + l \cdot M) \cdot T_A) \approx H(k \cdot f_U, (G_{zp} + N/2 + l \cdot M) \cdot T_A) \quad (2.73)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.73) in Gleichung (2.72) erhält man die Näherung:

$$Y_{k,l} = X_{k,l} \cdot H(k \cdot f_U, (G_{zp} + N/2 + l \cdot M) \cdot T_A) + N_{k,l} \quad (2.74)$$

Unter Verwendung der Gleichungen (2.41), (2.42) und (2.43) bestimmt sich das Empfangssignal $Y_{k,l}$ schließlich zu:

$$Y_{k,l} = X_{k,l} \cdot H_{k,l} + N_{k,l} \quad \text{mit } H_{k,l} = H(k \cdot f_U, T_G + T_U/2 + l \cdot T_S) \quad (2.75)$$

Im Weiteren wird für die Modellierung eines OFDM-Übertragungssystems über einen zeitvarianten Kanal Gleichung (2.75) verwendet. Die gesendeten QAM-Symbole $X_{k,l}$ werden in diesem Fall mit einem Kanalübertragungskoeffizienten $H_{k,l}$ gewichtet, der sich nicht nur über der Frequenz, sondern auch über der Zeit verändert. Die QAM-Symbole werden kohärent auf die einzelnen Unterträger moduliert. Dadurch ist es für die Detektion beim Empfänger notwendig, dass der Kanalübertragungskoeffizient $H_{k,l}$ beim Empfänger bekannt ist. Aufgrund dessen muss im Empfänger eine Kanalschätzung erfolgen, die diesen Koeffizienten schätzt.

Für das Rauschen wird im Weiteren angenommen, dass es sich um ein additives, mittelwertfreies weißes Gaußsches Rauschen handelt, wobei Real- und Imaginärteil unabhängig voneinander sind. Die Wahrscheinlichkeitsdichte p_N des additiven Rauschens $N_{k,l}$ in Gleichung (2.75) berechnet sich zu [18, 19]:

$$p_N(N_{k,l}) = \frac{1}{2\pi\sigma_N^2} \cdot e^{-\frac{|N_{k,l}|^2}{2\sigma_N^2}} \quad \text{mit } E\{N_{k,l} \cdot N_{\tilde{k},\tilde{l}}^*\} = N_0 \cdot \delta_{k-\tilde{k}} \cdot \delta_{l-\tilde{l}} \quad ; N_0 = 2\sigma_N^2 \quad (2.76)$$

2.4 OFDM-System für Mobilkommunikation

Aufgrund der unterschiedlichen Empfangsbedingungen bei der Mobilkommunikation ist es üblich, die zu sendenden Daten unter Verwendung von Codierern, sog. Kanalcodierern, zu schützen. Dabei wird den Daten Redundanz hinzugefügt, die dem Empfänger eine Fehlerkorrektur ermöglicht. Um die Leistungsfähigkeit der Fehlerkorrektur zu erhöhen, werden

die Codierer mit Interleavern, die die Reihenfolge der Daten verwürfeln, kombiniert. Beim Empfänger werden aufeinanderfolgende fehlerhafte Daten durch den Deinterleaver, der die Daten in ihre ursprüngliche Reihenfolge bringt, verteilt. Durch die Hinzunahme der Fehlerkorrektur ergibt sich damit das in Bild 2.14 dargestellte Blockschaltbild für ein OFDM-Übertragungssystem über Mobilfunkkanäle.

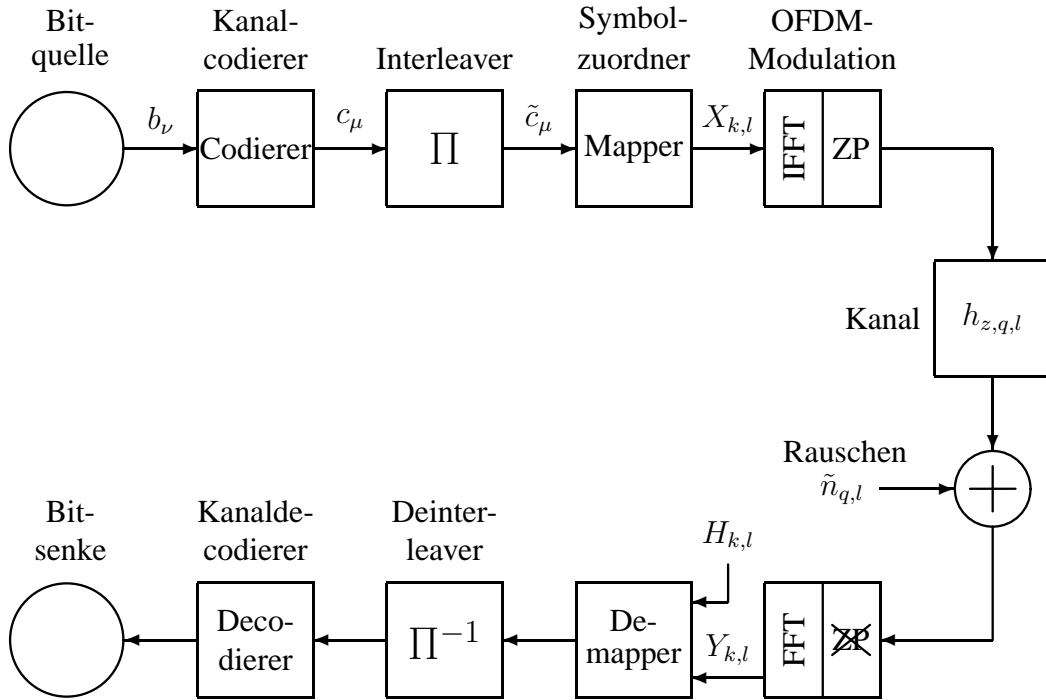


Bild 2.14: OFDM-Übertragungssystem für Mobilkommunikation

Ausgehend von einer Bitquelle werden die Informationsbits b_ν zuerst dem Kanalcodierer zugeführt. Der Kanalcodierer liefert an seinem Ausgang codierte Bits c_μ . Der nachfolgende Interleaver verwürfelt die Reihenfolge der codierten Bits c_μ , so dass an seinem Ausgang die codierten Bits \tilde{c}_μ vorliegen. Danach folgt der Symbolzuordner, der sog. Mapper, der die codierten Bits \tilde{c}_μ den QAM-Symbolen zuordnet. Dabei werden jeweils \tilde{M} Bits \tilde{c}_μ zusammengefasst und einem QAM-Symbol uneindeutig zugeordnet. Das Symbol $X_{k,l}$ bestimmt sich damit aus den codierten Bits \tilde{c}_μ wie folgt²:

$$X_{k,l} = f_{\text{map},\tilde{M}} \left(\tilde{c}_{\tilde{M} \cdot (k+N \cdot l)}, \tilde{c}_{\tilde{M} \cdot (k+N \cdot l) + 1}, \dots, \tilde{c}_{\tilde{M} \cdot (k+N \cdot l) + \tilde{M} - 1} \right) \quad (2.77)$$

Die Funktion $f_{\text{map},\tilde{M}}$ steht dabei für die Zuordnung der \tilde{M} Bits zu einem QAM-Symbol. Zum Beispiel können die Unterträger nach dem 4-QAM-Verfahren bzw. QPSK-Verfahren mit Gray-Mapping moduliert werden. In diesem Fall ist $\tilde{M} = 2$. Damit ergibt sich die Funktion $f_{\text{map},2}$ zu:

²Falls nicht alle N Unterträger mit Symbolen belegt werden, muss N durch K mit $K \leq N$ in Gleichung (2.77) ersetzt werden, s. Kapitel 3.

$$\begin{aligned}
f_{\text{map},2}(0,0) &= -1 - j \\
f_{\text{map},2}(1,0) &= -1 + j \\
f_{\text{map},2}(0,1) &= +1 - j \\
f_{\text{map},2}(1,1) &= +1 + j
\end{aligned}
\tag{2.78}$$

Der letzte Block des Senders ist die OFDM-Modulation mit dem Einfügen des Schutzintervalls. An die OFDM-Modulation schließt sich der Übertragungskanal an, bevor das Signal zum Empfänger gelangt. Im Empfänger werden prinzipiell die gleichen Blöcke in umgekehrter Reihenfolge zum Sender durchlaufen. Dabei führen die einzelnen Blöcke die inverse Operation im Vergleich zum Sender durch. Auf die einzelnen Blöcke des Empfängers wird in den folgenden Kapiteln an entsprechender Stelle näher eingegangen.

Kapitel 3

Kanalschätzung mit Interpolationsfiltern

Dieses Kapitel befasst sich mit der Kanalschätzung, basierend auf Interpolationsfiltern. Die Kanalschätzung ist bei einer kohärenten Modulation der einzelnen Unterträger notwendig, um die auftretenden Verzerrungen durch den Übertragungskanal auszugleichen. Damit der Empfänger eine Kanalschätzung durchführen kann, werden beim Sender Referenzsignale in den Datenstrom eingefügt. Durch diese Referenzsignale erhält der Empfänger Informationen über die Kanalübertragungsfunktion an bestimmten Positionen in der Zeit/Frequenz-Ebene. Ausgehend von diesen Informationen wird die Kanalübertragungsfunktion mit Hilfe von Interpolationsfiltern für alle notwendigen Stellen der Zeit/Frequenz-Ebene geschätzt.

3.1 Übertragungssystem

3.1.1 Sender

Der Empfänger benötigt für die Kanalschätzung *a priori*-Wissen über die Kanalübertragungsfunktion. Damit der Empfänger dieses Wissen erhält, werden nicht alle übertragenen Symbole $X_{k,l}$ mit Nutzinformationen belegt, sondern einige dieser Symbole, die sog. Pilottöne, tragen Informationen, die dem Empfänger bekannt sind. Damit ergibt sich für den Sender das in Bild 3.1 dargestellte Blockschaltbild.

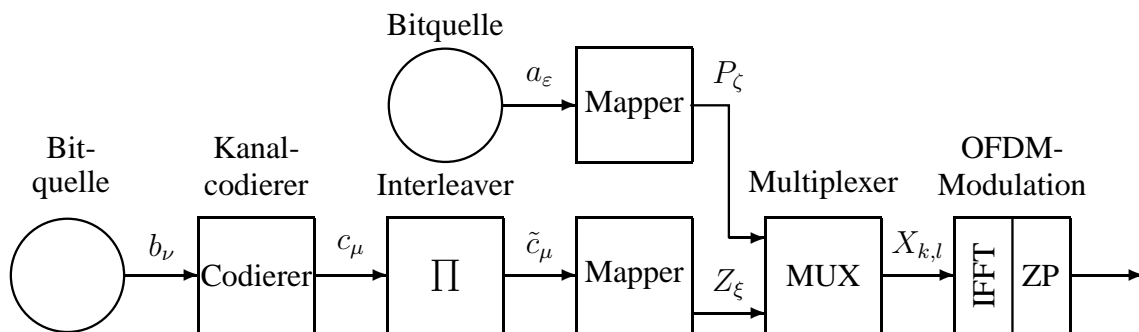


Bild 3.1: Blockschaltbild des Senders mit Pilottönen

Die Symbole Z_ξ tragen die Nutzinformationen und bestimmen sich entsprechend Gleichung (2.77) zu:

$$Z_\xi = f_{\text{map}, \tilde{M}}(\tilde{c}_{\tilde{M} \cdot \xi}, \tilde{c}_{\tilde{M} \cdot \xi + 1}, \dots, \tilde{c}_{\tilde{M} \cdot \xi + \tilde{M} - 1}) \quad (3.1)$$

Von einer zweiten Bitquelle werden die Pilotbits a_ε erzeugt. Diese Bits werden ebenfalls einem Mapper zugeführt, um die Pilotsymbole P_ζ zu erhalten.

$$P_\zeta = f_{\text{map}, \tilde{M}}(a_{\tilde{M} \cdot \zeta}, a_{\tilde{M} \cdot \zeta + 1}, \dots, a_{\tilde{M} \cdot \zeta + \tilde{M} - 1}) \quad (3.2)$$

Nach den Symbolzuordnern werden die beiden Signale im Multiplexer zusammengeführt, um das Signal $X_{k,l}$ zu bilden. Die Zusammenführung erfolgt nach einem bestimmten Pilotraster.

3.1.2 Pilotraster

Die Pilottöne werden vorzugsweise nach einem regelmäßigen Schema über der Zeit-Frequenz-Ebene verteilt. Dieses Schema kann rechtwinklig oder diagonal sein. In [2] ist z. B. ein diagonales Schema für die Pilottöne gewählt worden, um eine Kanalschätzung zu ermöglichen. Im Weiteren, falls nicht ausdrücklich anders vermerkt, werden rechtwinklige Anordnungen der Pilottöne betrachtet. Bild 3.2 zeigt ein solches rechtwinkliges Schema.

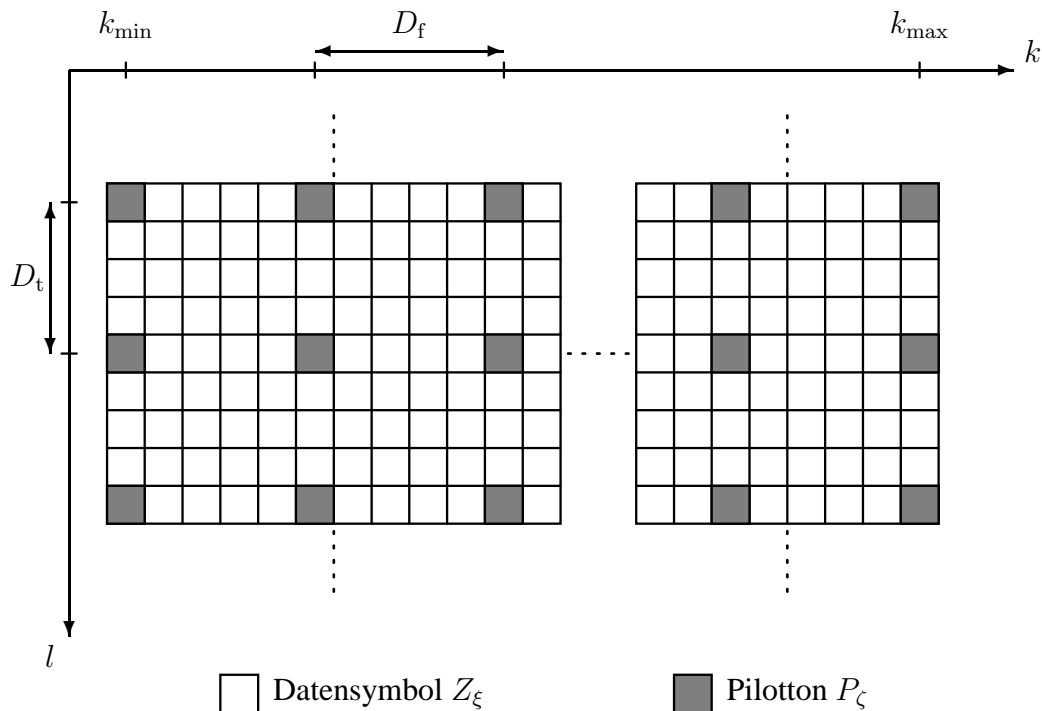


Bild 3.2: Rechtwinkliges Pilotraster

Der diskrete Abstand der Pilotöne in Zeitrichtung beträgt D_t . Für die Frequenzrichtung ist dieser Abstand mit D_f gekennzeichnet. Die Anzahl der belegten Unterträger bestimmt sich zu:

$$K = k_{\max} - k_{\min} + 1 \leq N \quad (3.3)$$

3.1.3 Empfänger

In Bild 3.3 ist das Blockschaltbild des Empfängers mit Kanalschätzung dargestellt.

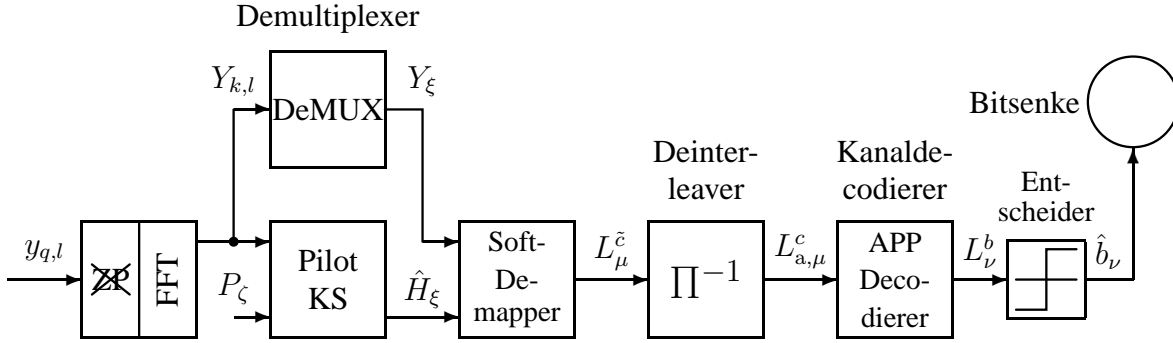


Bild 3.3: Empfänger mit Kanalschätzung

Nach der Mehrträger-Demodulation mit Hilfe der FFT erfolgt die Kanalschätzung unter Verwendung der bekannten Pilotöne P_c (Pilot KS). Die Kanalschätzung liefert am Ausgang Schätzwerte \hat{H}_ξ von den Kanalübertragungskoeffizienten H_ξ . H_ξ bezeichnet die Kanalübertragungskoeffizienten, die die gesendeten Nutzsymbole Z_ξ verzerren. Der Demultiplexer trennt das Empfangssignal $Y_{k,l}$ in der Weise, dass an seinem Ausgang das Signal Y_ξ anliegt. Das Signal Y_ξ steht für die Empfangssymbole, in denen Nutzsymbole Z_ξ übertragen werden. Damit ergibt sich Y_ξ entsprechend Gleichung (2.75) zu:

$$Y_\xi = H_\xi \cdot Z_\xi + N_\xi \quad (3.4)$$

An die Kanalschätzung und den Demultiplexer schließt sich der Soft-Demapper an. Der Soft-Demapper bestimmt die Soft-Werte der codierten Bits \tilde{c}_μ . In der Literatur werden für die Soft-Werte die sog. L-Werte, log-likelihood ratios (L-values), verwendet [20, 21]. Der L-Wert $L_{\tilde{c}_\mu}$ ist wie folgt definiert [18, 19]:

$$L_{\tilde{c}_\mu} = L(\tilde{c}_\mu | Y_{\mu \text{Div} \tilde{M}}) = \ln \frac{\Pr[\tilde{c}_\mu = 1 | Y_{\mu \text{Div} \tilde{M}}]}{\Pr[\tilde{c}_\mu = 0 | Y_{\mu \text{Div} \tilde{M}}]} \quad (3.5)$$

Unter der Voraussetzung, dass die codierten Bits \tilde{c}_μ durch den Einsatz des Interleavers unabhängig voneinander sind, ergibt sich der L-Wert $L_{\tilde{c}_\mu}$ unter Verwendung der Bayesschen Formel zu [18, 19]

$$L_{\mu}^{\tilde{c}} = L_{a,\mu}^{\tilde{c}} + \ln \frac{\sum_{i=0}^{2^{\tilde{M}-1}-1} p_N \left(Y_{\xi} | f_{\text{map},\tilde{M}} \left(\tilde{c}_{\mu} = 1, \tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M}+j, j=0 \dots \tilde{M}-1, j \neq \varsigma} \right) \right) \cdot e^{\sum_{j=0, j \neq \varsigma}^{\tilde{M}-1} \tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M}+j} \cdot L_{a,\xi \cdot \tilde{M}+j}^{\tilde{c}}}}{\sum_{i=0}^{2^{\tilde{M}-1}-1} p_N \left(Y_{\xi} | f_{\text{map},\tilde{M}} \left(\tilde{c}_{\mu} = 0, \tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M}+j, j=0 \dots \tilde{M}-1, j \neq \varsigma} \right) \right) \cdot e^{\sum_{j=0, j \neq \varsigma}^{\tilde{M}-1} \tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M}+j} \cdot L_{a,\xi \cdot \tilde{M}+j}^{\tilde{c}}}} \quad (3.6)$$

mit $\xi = \mu \text{Div} \tilde{M}$, $\varsigma = \mu \text{Mod} \tilde{M}$ und $\tilde{c}_{\mu} = \tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M} + \varsigma}$. Die Werte der codierten Bits $\tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M} + j, j \neq \varsigma}$ in (3.6) erfüllen die folgende Gleichung:

$$\sum_{j=0}^{\varsigma-1} \tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M} + j} \cdot 2^j + \sum_{j=\varsigma+1}^{\tilde{M}-1} \tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M} + j} \cdot 2^{j-1} = i \quad (3.7)$$

Das *a priori*-Wissen der codierten Bits \tilde{c}_{μ} ist mit $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ bezeichnet und ist wie folgt definiert:

$$L_{a,\mu}^{\tilde{c}} = L_a(\tilde{c}_{\mu}) = \ln \frac{\Pr[\tilde{c}_{\mu} = 1]}{\Pr[\tilde{c}_{\mu} = 0]} \quad (3.8)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte p_N in Gleichung (3.6) ist die Wahrscheinlichkeitsdichte des additiven Rauschens N_{ξ} . Da das Rauschen ein additives weißes Gaußsches Rauschen ist, wobei Real- und Imaginärteil unabhängig voneinander sind, berechnet sich die Wahrscheinlichkeitsdichte p_N unter Verwendung von Gleichung (2.76) zu:

$$p_N(N_{\xi}) = \frac{1}{2\pi\sigma_N^2} \cdot e^{-\frac{|N_{\xi}|^2}{2\sigma_N^2}} \quad \text{mit } E\{N_{\xi} \cdot N_{\xi}^*\} = N_0 \cdot \delta_{\xi-\tilde{\xi}} \quad ; N_0 = 2\sigma_N^2 \quad (3.9)$$

Mit Hilfe von Gleichung (3.9) bestimmen sich die Wahrscheinlichkeitsdichten $p_N(\dots)$ in der Gleichung (3.6) zu [18, 19]:

$$p_N \left(Y_{\xi} | f_{\text{map},\tilde{M}}(\cdot, \cdot) \right) = \frac{1}{2\pi\sigma_N^2} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma_N^2} \cdot |Y_{\xi} - H_{\xi} \cdot f_{\text{map},\tilde{M}}(\cdot, \cdot)|^2} \quad (3.10)$$

In Gleichung (3.10) ist der Kanalübertragungskoeffizient H_{ξ} verwendet worden. Dieser ist dem Empfänger i. A. nicht bekannt. Aufgrund dessen wird dieser Kanalübertragungskoeffizient in Gleichung (3.10) durch seinen Schätzwert \hat{H}_{ξ} ersetzt. Den Schätzwert \hat{H}_{ξ} erhält man aus der Kanalschätzung, die in Abschnitt 3.2 behandelt wird. Damit ergibt sich Gleichung (3.10) zu [22]:

$$p_N \left(Y_{\xi} | f_{\text{map},\tilde{M}}(\cdot, \cdot) \right) = \frac{1}{2\pi\sigma_{G,\xi}^2} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma_{G,\xi}^2} \cdot |Y_{\xi} - \hat{H}_{\xi} \cdot f_{\text{map},\tilde{M}}(\cdot, \cdot)|^2} \quad (3.11)$$

In Gleichung (3.11) ist zusätzlich das Quadrat der Varianz zu

$$2\sigma_{G,\xi}^2 = 2\sigma_N^2 + J_\xi \cdot E_S \quad (3.12)$$

verändert worden, wobei $J_\xi = E \left\{ \left| H_\xi - \hat{H}_\xi \right|^2 \right\}$ der mittlere quadratische Schätzfehler ist. Diese Veränderung ist ersichtlich, wenn der Erwartungswert $E \left\{ \left| Y_\xi - \hat{H}_\xi \cdot Z_\xi \right|^2 \right\}$ mit Z_ξ entsprechend Gleichung (3.1) betrachtet wird.

$$E \left\{ \left| Y_\xi - \hat{H}_\xi \cdot Z_\xi \right|^2 \right\} = E \left\{ \left| (H_\xi - \hat{H}_\xi) \cdot Z_\xi \right|^2 \right\} + E \{ |N_\xi|^2 \} = J_\xi \cdot E_S + 2\sigma_N^2 \quad (3.13)$$

Dabei ist vorausgesetzt worden, dass sowohl H_ξ , Z_ξ und N_ξ als auch \hat{H}_ξ , Z_ξ und N_ξ unabhängig voneinander sind. Unter Verwendung von Gleichung (3.11) können die L-Werte in Gleichung (3.6) bestimmt werden.

Unter der Voraussetzung, dass kein *a priori*-Wissen der codierten Bits \tilde{c}_μ vorhanden ist, ergibt sich für das Beispiel der QPSK aus Kapitel 2 der L-Wert $L_\mu^{\tilde{c}}$ des ersten der beiden Bits ($\mu \text{Mod} 2 = 0$), die in einem QPSK-Symbol übertragen werden, zu [18]:

$$L_\mu^{\tilde{c}} = \ln \frac{p_N(Y_\xi | f_{\text{map},2}(1,0)) + p_N(Y_\xi | f_{\text{map},2}(1,1))}{p_N(Y_\xi | f_{\text{map},2}(0,0)) + p_N(Y_\xi | f_{\text{map},2}(0,1))} \quad (3.14)$$

Der L-Wert $L_\mu^{\tilde{c}}$ des zweiten Bits ($\mu \text{Mod} 2 = 1$) bestimmt sich in ähnlicher Weise zu:

$$L_\mu^{\tilde{c}} = \ln \frac{p_N(Y_\xi | f_{\text{map},2}(0,1)) + p_N(Y_\xi | f_{\text{map},2}(1,1))}{p_N(Y_\xi | f_{\text{map},2}(0,0)) + p_N(Y_\xi | f_{\text{map},2}(1,0))} \quad (3.15)$$

Die L-Werte $L_\mu^{\tilde{c}}$ am Ausgang des Soft-Demappers werden dem Deinterleaver zugeführt. Die erhaltenen L-Werte $L_{a,\mu}^c$ am Ausgang des Deinterleavers werden dem Soft-in/Soft-out-Decodierer übergeben. Dieser Decodierer verwendet den APP-Algorithmus [23, 20]. APP steht für *a posteriori* probability. Der APP-Decodierer liefert an seinem Ausgang die L-Werte L_ν^b der Informationsbits. Diese L-Werte werden nach dem Entscheider zu den empfangenen Informationsbits \hat{b}_ν , die schließlich der Bitsenke zugeführt werden. Der Entscheider bewertet dabei L-Werte, die größer als Null sind, als binäre 1 und L-Werte, die kleiner als Null sind, als binäre 0. Dieses Entscheidungskriterium folgt unmittelbar aus Gleichung (3.8).

3.2 Kanalschätzung

Für die Kanalschätzung werden im Empfänger zuerst die Pilottöne ausgewertet, da diese bekannt sind. An den Pilotstellen bestimmt sich der Kanalübertragungskoeffizient durch Division von dem Empfangssymbol und dem Pilot-Symbol unter Verwendung von Gleichung (2.75) zu:

$$\tilde{H}_{k,l} = H_{k,l} + \frac{N_{k,l}}{X_{k,l}} = H_{k,l} + \tilde{N}_{k,l} \quad \text{mit } \tilde{N}_{k,l} = \frac{N_{k,l}}{X_{k,l}} \quad (3.16)$$

In Gleichung (3.16) bezeichnet $\{k, l\}$ die Position eines Pilottons. Das Ergebnis liefert die Summe aus dem tatsächlichen Kanalübertragungskoeffizienten $H_{k,l}$ und dem Störterm $\tilde{N}_{k,l}$. Unter der Voraussetzung, dass $N_{k,l}$ und $X_{k,l}$ unabhängig sind, berechnet sich der Erwartungswert dieses Störterms zu:

$$\text{E} \left\{ \tilde{N}_{k,l} \cdot \tilde{N}_{k',l'}^* \right\} = \text{E} \left\{ N_{k,l} \cdot N_{k',l'}^* \right\} \cdot \text{E} \left\{ \frac{1}{X_{k,l}} \cdot \frac{1}{X_{k',l'}^*} \right\} = N_0 \cdot \beta \cdot \delta_{k-k'} \cdot \delta_{l-l'} \quad (3.17)$$

Dabei steht β für:

$$\beta = \text{E} \left\{ \frac{1}{X_{k,l}} \cdot \frac{1}{X_{k,l}^*} \right\} \quad (3.18)$$

Die Aufgabe der Kanalschätzung ist es nun, ausgehend von den Stützstellen $\tilde{H}_{k,l}$ in Gleichung (3.16), die Kanalübertragungskoeffizienten $H_{k,l}$ für die gesamte Zeit/Frequenz-Ebene zu schätzen. Dieses stellt ein zweidimensionales Interpolationsproblem dar.

3.2.1 Interpolationsfilter

Diese zweidimensionale Interpolation könnte mit zweidimensionalen Filtern realisiert werden. Aus Komplexitäts- und Realisierungsgründen hat sich in der Literatur jedoch durchgesetzt, dass man zweimal eine eindimensionale Interpolation durchführt [3, 14, 24, 25]. Der Unterschied zwischen der zweidimensionalen Filterung und der zweimaligen eindimensionalen Filterung ist sehr gering [26, 27, 28]. Aus diesem Grund stellt die Interpolation, basierend auf zweimaliger eindimensionaler Filterung, einen guten Kompromiss dar. Im Weiteren wird nun die zweimalige eindimensionale Filterung betrachtet. Da hier nur rechtwinklige Pilotraaster betrachtet werden, ist es willkürlich, in welche Richtung zuerst interpoliert wird [26, 27, 28]. Bei diagonalen Pilotrastern kann dies jedoch eine wichtige Rolle spielen [29]. Im Folgenden wird zuerst in Frequenzrichtung interpoliert und anschließend in Zeitrichtung. Die erhaltenen Gleichungen für diesen Fall können sehr einfach an den Fall, dass zuerst in Zeitrichtung und anschließend in Frequenzrichtung interpoliert wird, angepasst werden.

Betrachtet man ein OFDM-Symbol zum Zeitpunkt l_0 , in dem Pilottöne übertragen werden, so werden die Kanalübertragungskoeffizienten \tilde{H}'_{k,l_0} unter Verwendung von Gleichung (3.16) durch lineare Interpolation wie folgt bestimmt¹:

$$\tilde{H}'_{k,l_0} = \sum_{m=1}^P w_{m,k} \cdot \tilde{H}_{k_m,l_0} \quad (3.19)$$

¹Da rechtwinklige Pilotraaster verwendet werden, entfällt der Zeitindex l_0 bei den Filterkoeffizienten $w_{m,k}$.

Dabei sind die Positionen der P nächsten Pilotstellen zur betrachteten Position $\{k, l_0\}$ mit $\{k_m, l_0\}$ bezeichnet. Die Pilotstellen müssen folgende Beziehung erfüllen:

$$(k_m - k_{\min}) \text{Mod} D_f = 0 \quad ; m = 1, \dots, P \quad (3.20)$$

Die Filterkoeffizienten in Gleichung (3.19) sollen so bestimmt werden, dass der Erwartungswert $E \left\{ |H_{k,l_0} - \tilde{H}'_{k,l_0}|^2 \right\}$ des quadratischen Fehlers minimiert wird. Die Filterkoeffizienten, die diese Vorgabe erfüllen, berechnen sich zu [30]:

$$\mathbf{w}_k^T = \mathbf{r}_{H\tilde{H},k}^T \cdot \mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}}^{-1} \quad (3.21)$$

Dabei beinhaltet der Vektor $\mathbf{r}_{H\tilde{H},k}$ die Kreuzkorrelation zwischen H_{k,l_0} und \tilde{H}_{k_m,l_0} und die Matrix $\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}}$ die Autokorrelation von \tilde{H}_{k_m,l_0} . Der Vektor \mathbf{w}_k enthält die Filterkoeffizienten $w_{m,k}$ wie folgt:

$$\mathbf{w}_k^T = (w_{1,k}, \dots, w_{P,k}) \quad (3.22)$$

Der Erwartungswert von H_{k,l_0} und \tilde{H}_{k_m,l_0} bestimmt sich mit Hilfe von Gleichung (2.31) und unter den Voraussetzungen, dass $H_{k,l}$ und $\tilde{N}_{k,l}$ unabhängig voneinander sind und der Mittelwertfreiheit von $\tilde{N}_{k,l}$, zu:

$$E \left\{ H_{k,l_0} \cdot \tilde{H}_{k_m,l_0}^* \right\} = R_{H,f}((k - k_m) \cdot f_U) \cdot R_{H,t}(0) = R_{H,f}((k - k_m) \cdot f_U) \quad (3.23)$$

Damit ergibt sich der Vektor $\mathbf{r}_{H\tilde{H},k}$ der Kreuzkorrelation zwischen H_{k,l_0} und \tilde{H}_{k_m,l_0} zu²:

$$\mathbf{r}_{H\tilde{H},k}^T = (R_{H,f}(k - k_1), \dots, R_{H,f}(k - k_P)) \quad (3.24)$$

Die Frequenz-Korrelationsfunktion $R_{H,f}$ in Gleichung (3.24) bestimmt sich mit Hilfe von Gleichung (2.37) zu:

$$R_{H,f}(k - k_m) = \frac{1 - e^{-\tau_{\max}(1/\tau_{\text{rms}} + j2\pi(k-k_m)f_U)}}{(1 - e^{-\tau_{\max}/\tau_{\text{rms}}})(1 + j2\pi(k - k_m)f_U\tau_{\text{rms}})} \quad (3.25)$$

Der Erwartungswert von $\tilde{H}_{k_m,l_0} \cdot \tilde{H}_{k_{\tilde{m}},l_0}^*$ berechnet sich mit Hilfe der Gleichungen (2.31), (3.16), (3.17) und (3.25) zu:

$$E \left\{ \tilde{H}_{k_m,l_0} \cdot \tilde{H}_{k_{\tilde{m}},l_0}^* \right\} = R_{H,f}(k_m - k_{\tilde{m}}) \cdot R_{H,t}(0) + N_0 \cdot \beta \cdot \delta_{k_m - k_{\tilde{m}}} \quad ; m, \tilde{m} = 1, \dots, P \quad (3.26)$$

Unter Verwendung von Gleichung (3.26) berechnet sich die Matrix $\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}}$ in Gleichung (3.21) zu:

²Zur Vereinfachung und ohne Verminderung des Verständnisses ist der nötige multiplikative Faktor f_U in dem Argument der Frequenz-Korrelationsfunktion $R_{H,f}$ in Gleichung (3.24) weggelassen worden.

$$\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}} = \begin{pmatrix} 1 + N_0 \cdot \beta & R_{H,f}(k_1 - k_2) & \cdots & R_{H,f}(k_1 - k_P) \\ R_{H,f}(k_2 - k_1) & 1 + N_0 \cdot \beta & & R_{H,f}(k_2 - k_P) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R_{H,f}(k_P - k_1) & \cdots & R_{H,f}(k_P - k_{P-1}) & 1 + N_0 \cdot \beta \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Erfüllen die Filterkoeffizienten $w_{m,k}$ Gleichung (3.21), so erhält man für den minimalen quadratischen Fehler $E \left\{ |H_{k,l_0} - \tilde{H}'_{k,l_0}|^2 \right\}$ Folgendes [30]:

$$E \left\{ |H_{k,l_0} - \tilde{H}'_{k,l_0}|^2 \right\} = J_{\min f,k} = 1 - \mathbf{r}_{H\tilde{H},k}^T \cdot \mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{H\tilde{H},k}^* \quad (3.28)$$

Für die Bestimmung der optimalen Filterkoeffizienten $w_{m,k}$, die zur linearen Interpolation in Frequenzrichtung verwendet werden, sind also die Frequenz-Korrelationsfunktion des Übertragungskanals $R_{H,f}$ und die Korrelationsfunktion des Rauschens $\tilde{N}_{k,l}$ notwendig.

Nach der Filterung in Frequenzrichtung sind Schätzwerte $\tilde{H}'_{k,l}$ der Kanalübertragungskoeffizienten $H_{k,l}$ für jeden Unterträger k in den OFDM-Symbolen l bekannt, die Pilottöne übertragen. Bild 3.4 veranschaulicht diesen Aspekt in der Zeit/Frequenz-Ebene.

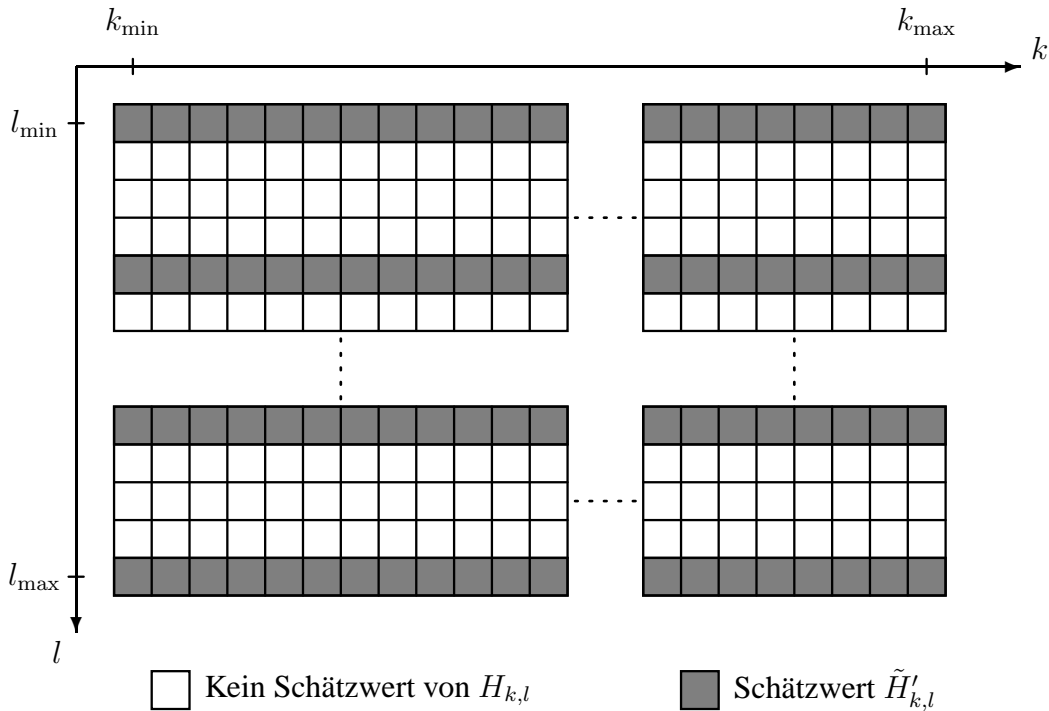


Bild 3.4: Information der Kanalübertragungsfunktion nach der Interpolation in Frequenzrichtung

Für die Filterung in Zeitrichtung werden L_B OFDM-Symbole zu einem Block zusammengefasst, damit eine blockweise Übertragung möglich ist. Die Anzahl L_B bestimmt sich entsprechend Bild 3.4 zu:

$$L_B = l_{\max} - l_{\min} + 1 \quad (3.29)$$

Betrachtet man einen Unterträger k_0 , so erfolgt die lineare Interpolation in Zeitrichtung wie folgt:

$$\hat{H}_{k_0,l} = \sum_{m=1}^Q v_{m,k_0,l} \cdot \tilde{H}'_{k_0,l_m} \quad (3.30)$$

Dabei sind die Positionen der Q nächsten Schätzwerte \tilde{H}'_{k_0,l_m} zur betrachteten Position $\{k_0, l\}$ mit $\{k_0, l_m\}$ bezeichnet. Diese Stellen müssen folgende Beziehung erfüllen:

$$(l_m - l_{\min}) \text{Mod} D_t = 0 \quad ; m = 1, \dots, Q \quad (3.31)$$

Die optimalen Filterkoeffizienten ergeben sich entsprechend Gleichung (3.21) zu:

$$\mathbf{v}_l^T = \mathbf{r}_{H\tilde{H}',l}^T \cdot \mathbf{R}_{\tilde{H}'\tilde{H}'}^{-1} \quad (3.32)$$

Der Vektor \mathbf{v}_l stellt sich dabei wie folgt dar:

$$\mathbf{v}_l^T = (v_{1,k_0,l}, \dots, v_{Q,k_0,l}) \quad (3.33)$$

Der Erwartungswert von $H_{k_0,l}$ und \tilde{H}'_{k_0,l_m} , der für den Vektor $\mathbf{r}_{H\tilde{H}',l}$ notwendig ist, berechnet sich mit Hilfe von Gleichung (3.19) zu:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left\{ H_{k_0,l} \cdot \left(\tilde{H}'_{k_0,l_m} \right)^* \right\} &= \mathbb{E} \left\{ H_{k_0,l} \cdot \sum_{n=1}^P \left(w_{n,k_0} \cdot \tilde{H}_{k_n,l_m} \right)^* \right\} \\ &= \sum_{n=1}^P w_{n,k_0}^* \mathbb{E} \left\{ H_{k_0,l} \cdot \tilde{H}_{k_n,l_m}^* \right\} \\ &\stackrel{(2.31)}{=} R_{H,t} \left((l - l_m) \cdot T_S \right) \cdot \sum_{n=1}^P w_{n,k_0}^* \cdot R_{H,f} \left((k_0 - k_n) \cdot f_U \right) \\ &\stackrel{(3.24)}{=} R_{H,t} \left((l - l_m) \cdot T_S \right) \cdot \left(\mathbf{r}_{H\tilde{H},k_0}^T \cdot \mathbf{w}_{k_0}^* \right) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Unter Verwendung der Gleichungen (3.21), (3.28) und dem Wissen, dass $\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}}$ eine hermitesche Matrix ist, folgt für diesen Erwartungswert:

$$\mathbb{E} \left\{ H_{k_0,l} \cdot \left(\tilde{H}'_{k_0,l_m} \right)^* \right\} = R_{H,t} \left((l - l_m) \cdot T_S \right) \cdot (1 - J_{\min_f, k_0}) \quad (3.35)$$

Für den Vektor $\mathbf{r}_{H\tilde{H}',l}$ der Kreuzkorrelation zwischen $H_{k_0,l}$ und \tilde{H}'_{k_0,l_m} folgt somit³:

³Zur Vereinfachung und ohne Verminderung des Verständnisses ist der nötige multiplikative Faktor T_S in dem Argument der Zeit-Korrelationsfunktion $R_{H,t}$ in Gleichung (3.36) weggelassen worden.

$$\mathbf{r}_{H\tilde{H}',l}^T = (1 - J_{\min_f, k_0}) \cdot (R_{H,t}(l - l_1), \dots, R_{H,t}(l - l_Q)) \quad (3.36)$$

Die Zeit-Korrelationsfunktion $R_{H,t}$ in Gleichung (3.36) bestimmt sich mit Hilfe von Gleichung (2.35) zu:

$$R_{H,t}(l - l_m) = J_0(2\pi f_{D_{\max}}(l - l_m) T_S) \quad (3.37)$$

Der Erwartungswert von \tilde{H}'_{k_0, l_m} und $\tilde{H}'_{k_0, l_{\tilde{m}}}$ berechnet sich mit Hilfe von Gleichung (3.19) zu:

$$\mathbb{E} \left\{ \tilde{H}'_{k_0, l_m} \cdot \left(\tilde{H}'_{k_0, l_{\tilde{m}}} \right)^* \right\} = \mathbb{E} \left\{ \sum_{n=1}^P w_{n, k_0} \cdot \tilde{H}_{k_n, l_m} \cdot \sum_{i=1}^P \left(w_{i, k_0} \cdot \tilde{H}_{k_i, l_{\tilde{m}}} \right)^* \right\} \quad (3.38)$$

Gleichung (3.38) läßt sich wie folgt umformen:

$$\mathbb{E} \left\{ \tilde{H}'_{k_0, l_m} \cdot \left(\tilde{H}'_{k_0, l_{\tilde{m}}} \right)^* \right\} = \sum_{n=1}^P \sum_{i=1}^P w_{n, k_0} \cdot w_{i, k_0}^* \cdot \mathbb{E} \left\{ \tilde{H}_{k_n, l_m} \cdot \left(\tilde{H}_{k_i, l_{\tilde{m}}} \right)^* \right\} \quad (3.39)$$

Mit

$$\mathbb{E} \left\{ \tilde{H}_{k_n, l_m} \cdot \left(\tilde{H}_{k_i, l_{\tilde{m}}} \right)^* \right\} = R_{H,f}(k_n - k_i) \cdot R_{H,t}(l_m - l_{\tilde{m}}) + N_0 \cdot \beta \cdot \delta_{k_n - k_i} \cdot \delta_{l_m - l_{\tilde{m}}} \quad (3.40)$$

entsprechend Gleichung (3.26) bestimmt sich der Erwartungswert in (3.39) zu:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left\{ \tilde{H}'_{k_0, l_m} \cdot \left(\tilde{H}'_{k_0, l_{\tilde{m}}} \right)^* \right\} &= R_{H,t}(l_m - l_{\tilde{m}}) \cdot \sum_{n=1}^P \sum_{i=1}^P w_{n, k_0} \cdot w_{i, k_0}^* \cdot R_{H,f}(k_n - k_i) \\ &\quad + N_0 \cdot \beta \cdot \delta_{l_m - l_{\tilde{m}}} \cdot \sum_{n=1}^P w_{n, k_0} \cdot w_{n, k_0}^* \end{aligned} \quad (3.41)$$

Gleichung (3.41) lässt sich wie folgt umschreiben:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left\{ \tilde{H}'_{k_0, l_m} \cdot \left(\tilde{H}'_{k_0, l_{\tilde{m}}} \right)^* \right\} &= R_{H,t}(l_m - l_{\tilde{m}}) \cdot \sum_{n=1}^P \sum_{i=1}^P w_{n, k_0} \cdot w_{i, k_0}^* \cdot (R_{H,f}(k_n - k_i) \\ &\quad + N_0 \cdot \beta \cdot \delta_{k_n - k_i}) \\ &\quad - R_{H,t}(l_m - l_{\tilde{m}}) \cdot \sum_{n=1}^P \sum_{i=1}^P w_{n, k_0} \cdot w_{i, k_0}^* \cdot N_0 \cdot \beta \cdot \delta_{k_n - k_i} \\ &\quad + N_0 \cdot \beta \cdot \delta_{l_m - l_{\tilde{m}}} \cdot \sum_{n=1}^P w_{n, k_0} \cdot w_{n, k_0}^* \end{aligned} \quad (3.42)$$

Unter Verwendung der Gleichungen (3.22) und (3.27) vereinfacht sich die Schreibweise für Gleichung (3.42) zu:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left\{ \tilde{H}'_{k_0, l_m} \cdot \left(\tilde{H}'_{k_0, l_{\tilde{m}}} \right)^* \right\} &= R_{H,t}(l_m - l_{\tilde{m}}) \cdot \left(\mathbf{w}_{k_0}^T \cdot \mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H}} \cdot \mathbf{w}_{k_0}^* \right) \\ &\quad - R_{H,t}(l_m - l_{\tilde{m}}) \cdot N_0 \cdot \beta \cdot \left(\mathbf{w}_{k_0}^T \cdot \mathbf{w}_{k_0}^* \right) \\ &\quad + N_0 \cdot \beta \cdot \delta_{l_m - l_{\tilde{m}}} \cdot \left(\mathbf{w}_{k_0}^T \cdot \mathbf{w}_{k_0}^* \right) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (3.21), (3.34) und (3.35) ergibt sich schließlich:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left\{ \tilde{H}'_{k_0, l_m} \cdot \left(\tilde{H}'_{k_0, l_{\tilde{m}}} \right)^* \right\} &= R_{H,t}(l_m - l_{\tilde{m}}) \cdot (1 - J_{\min_f, k_0}) \\ &\quad + N_0 \cdot \beta \cdot \left(\mathbf{w}_{k_0}^T \cdot \mathbf{w}_{k_0}^* \right) \cdot (\delta_{l_m - l_{\tilde{m}}} - R_{H,t}(l_m - l_{\tilde{m}})) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Unter Verwendung von Gleichung (3.44) berechnet sich die Matrix $\mathbf{R}_{\tilde{H}'\tilde{H}'}$ in Gleichung (3.32) zu:

$$\mathbf{R}_{\tilde{H}'\tilde{H}'} = \begin{pmatrix} 1 - J_{\min_f, k_0} & R_{H,t}(l_1 - l_2) \cdot J_{\mathbf{w}} & \cdots & R_{H,t}(l_1 - l_Q) \cdot J_{\mathbf{w}} \\ R_{H,t}(l_2 - l_1) \cdot J_{\mathbf{w}} & 1 - J_{\min_f, k_0} & & R_{H,t}(l_2 - l_Q) \cdot J_{\mathbf{w}} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R_{H,t}(l_Q - l_1) \cdot J_{\mathbf{w}} & R_{H,t}(l_Q - l_2) \cdot J_{\mathbf{w}} & \cdots & 1 - J_{\min_f, k_0} \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

mit

$$J_{\mathbf{w}} = 1 - J_{\min_f, k_0} - N_0 \cdot \beta \cdot \left(\mathbf{w}_{k_0}^T \cdot \mathbf{w}_{k_0}^* \right) \quad (3.46)$$

Erfüllen die Filterkoeffizienten $v_{m, k_0, l}$ Gleichung (3.32), so erhält man für den minimalen quadratischen Fehler $\mathbb{E} \left\{ |H_{k_0, l} - \hat{H}_{k_0, l}|^2 \right\}$ Folgendes [30]:

$$\mathbb{E} \left\{ |H_{k_0, l} - \hat{H}_{k_0, l}|^2 \right\} = J_{\min, k_0, l} = 1 - \mathbf{r}_{H\tilde{H}', l}^T \cdot \mathbf{R}_{\tilde{H}'\tilde{H}'}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{H\tilde{H}', l}^* \quad \text{mit } k_{\min} \leq k_0 \leq k_{\max} \quad (3.47)$$

Zur Verifikation dieser Gleichung wird der analytisch berechnete quadratische Fehler mse_{ana} dem quadratischen Fehler mse_{sim} aus einer Simulation gegenübergestellt. Der analytisch bestimmte quadratische Fehler berechnet sich mit Hilfe von Gleichung (3.47) zu:

$$\text{mse}_{\text{ana}} = \frac{1}{L_B \cdot K} \sum_{l=l_{\min}}^{l_{\max}} \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} J_{\min, k, l} \quad (3.48)$$

Für die Simulationen sind $K = 1001$ Unterträger und $L_B = 101$ OFDM-Symbole verwendet worden. Die Unterträger sind mit dem QPSK-Verfahren moduliert worden. Der Unterträgerabstand beträgt $f_U = 4000$ Hz. Die gesamte Dauer eines OFDM-Symbols ist $T_S = 312.5 \mu\text{s}$.

Damit ergibt sich eine Schutzintervalldauer von $T_G = 62.5 \mu\text{s}$. Diese Parameter der Mehrträgermodulation OFDM sind ähnlich zu DVB-T [2]. Der Abstand der Pilottöne ist sowohl für die Frequenzrichtung als auch für die Zeitrichtung zu $D_f = D_t = 10$ gewählt worden. Die Anzahl an Stützstellen P, Q für die Kanalschätzung in Frequenz- und Zeitrichtung ist variiert worden. Dabei wurden die Werte $P = Q = 3, 5, 7$ ausgewählt. Die Simulationsparameter für den Übertragungskanal sind eine maximale Dopplerfrequenz von $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ und eine maximale Verzögerung von $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$. Für die Monte-Carlo-Simulation des Kanals sind $L = 200$ Pfade verwendet worden.

Der quadratische Fehler mse_{sim} aus der Simulation ist aus $B_L = 50$ Blöcken mit $K = 1001$ Unterträgern und $L_B = 101$ OFDM-Symbolen bestimmt worden. Damit berechnet sich dieser quadratische Fehler zu:

$$\text{mse}_{\text{sim}} = \frac{1}{B_L \cdot L_B \cdot K} \sum_{n=0}^{B_L-1} \sum_{l=l_{\min}}^{l_{\max}} \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} |H_{k,l+n \cdot L_B} - \hat{H}_{k,l+n \cdot L_B}|^2 \quad (3.49)$$

In Bild 3.5 sind die quadratischen Fehler mse_{ana} und mse_{sim} über E_S/N_0 für die verschiedenen Werte P, Q aufgetragen.

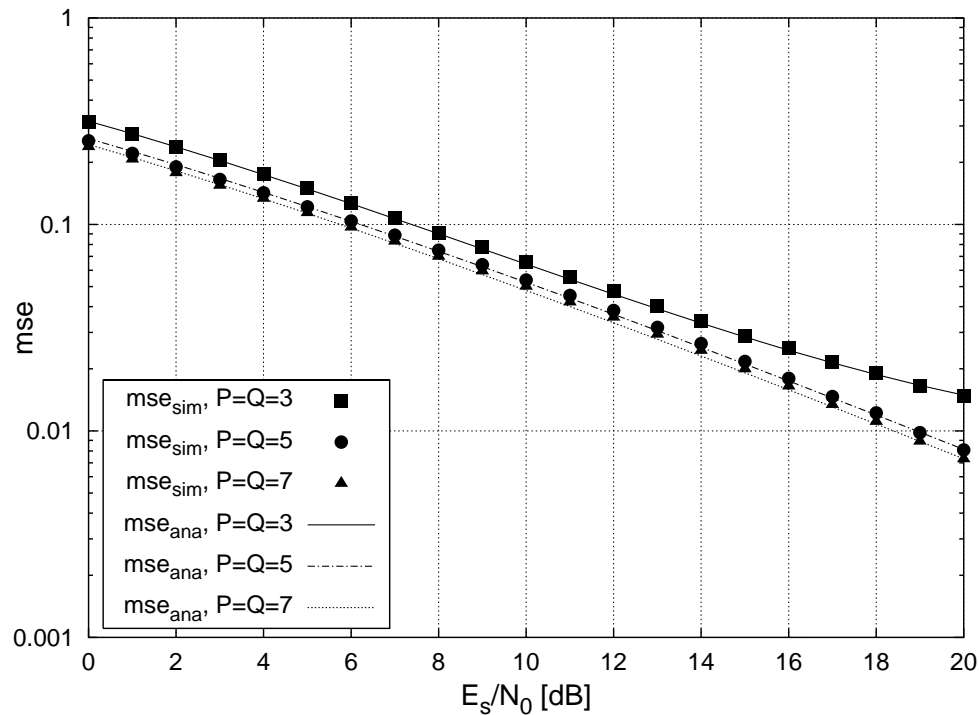


Bild 3.5: Vergleich der mittleren quadratischen Fehler aus analytischer Berechnung und Simulation

Der Vergleich der beiden quadratischen Fehler zeigt eine sehr gute Übereinstimmung, wodurch die Verifikation von Gleichung (3.47) gelungen ist. Des Weiteren ist aus Bild 3.5 zu entnehmen, dass mit Erhöhung der Anzahl an Stützstellen P, Q der Fehler wie erwartet abnimmt.

Bild 3.6 zeigt den analytischen mittleren quadratischen Fehler bei verschiedenen maximalen Verzögerungen τ_{\max} . Die Anzahl der Stützstellen beträgt $P = Q = 5$. Ansonsten sind die Simulationsparameter beibehalten worden.

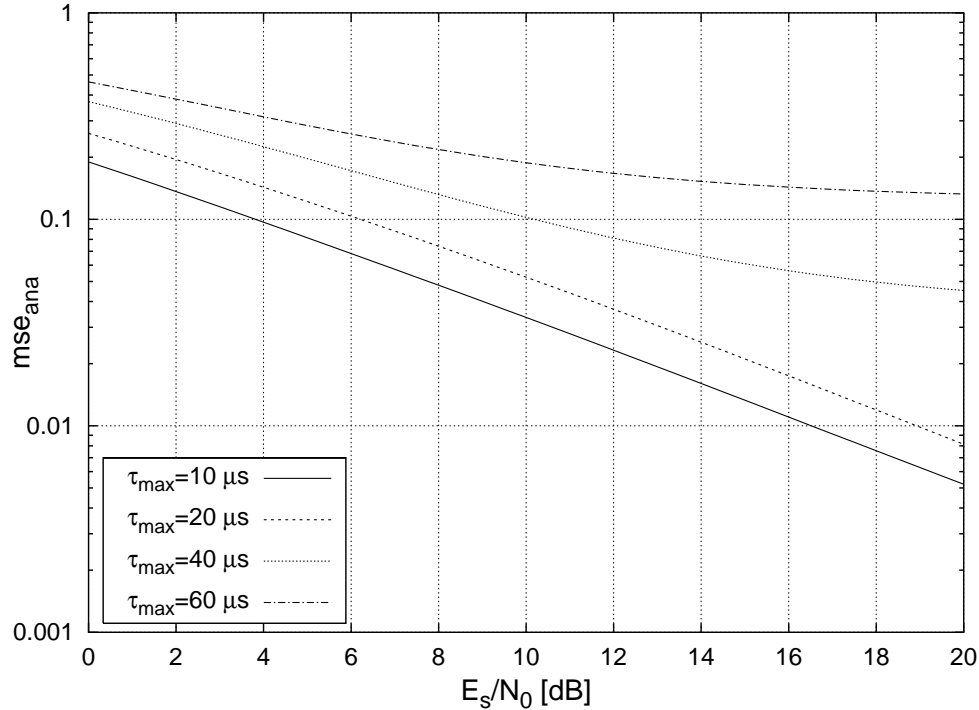


Bild 3.6: Mittlerer quadratischer Fehler bei verschiedenen maximalen Verzögerungen τ_{\max}

Aus Bild 3.6 ist zu erkennen, dass mit steigendem τ_{\max} der mittlere quadratische Fehler zunimmt. Dies liegt daran, dass durch eine größere maximale Verzögerung die geschätzten Kanalübertragungskoeffizienten mit mehr Rauschen behaftet sind [31]. Des Weiteren läuft der quadratische Fehler für die Fälle $\tau_{\max} = 40 \mu\text{s}$ und $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$ auf eine Untergrenze zu.

Die Abhängigkeit des mittleren quadratischen Fehlers von der maximalen Dopplerfrequenz $f_{D_{\max}}$ ist in Bild 3.7 aufgetragen. Die Anzahl der Stützstellen beträgt wiederum $P = Q = 5$. Die maximale Verzögerung des Kanals ist zu $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ gesetzt worden. Die übrigen Simulationsparameter sind nicht verändert worden.

Entsprechend zu Bild 3.6 ist auch in diesem Fall die Tendenz ersichtlich, dass mit steigender maximaler Dopplerfrequenz $f_{D_{\max}}$ der mittlere quadratische Fehler ansteigt. Außerdem nähert sich der mittlere quadratische Fehler für die Fälle $f_{D_{\max}} = 200 \text{ Hz}$ und $f_{D_{\max}} = 300 \text{ Hz}$ einer Untergrenze an.

3.2.2 Zweidimensionales Abtasttheorem der Kanalübertragungsfunktion

Mit Hilfe der beiden Bilder 3.6 und 3.7 ist veranschaulicht worden, dass sich der mittlere quadratische Fehler für manche Kanalparameter einer Untergrenze annähert. Um diesen

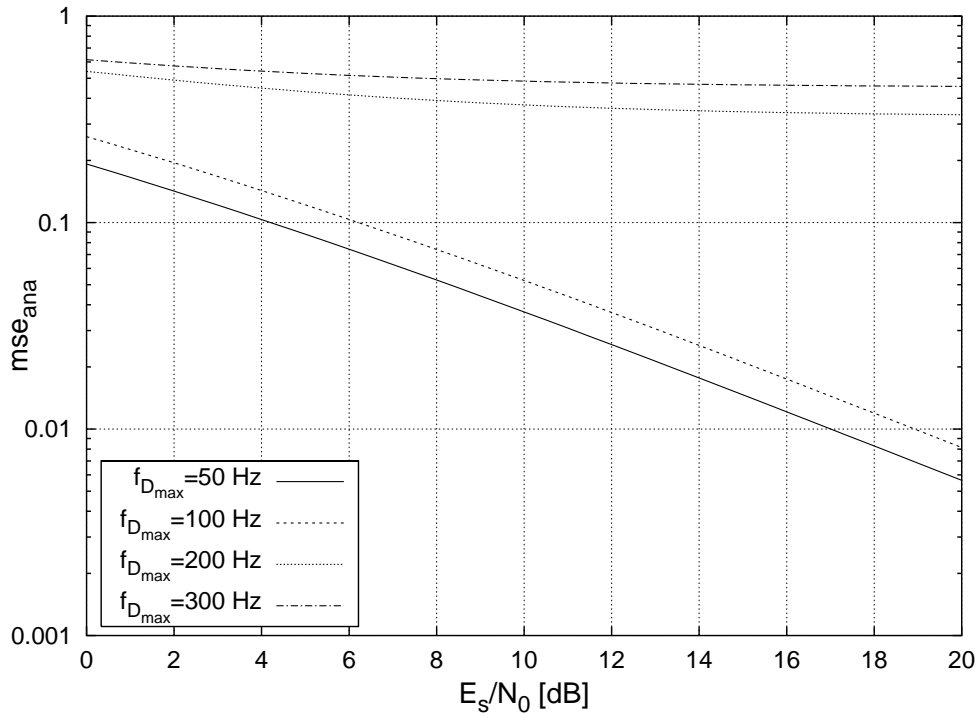


Bild 3.7: Mittlerer quadratischer Fehler bei verschiedenen maximalen Dopplerfrequenzen $f_{D_{max}}$

Aspekt zu erklären, ist es hilfreich, wenn man das zweidimensionale Abtasttheorem der Kanalübertragungsfunktion betrachtet. Im rauschfreien Fall, d.h. $N_{k,l} = 0$, erhält man an den Positionen der Pilottöne gerade Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion. Aufgrund dessen ist die Betrachtung des Abtasttheorems sehr naheliegend.

Tastet man die Kanalübertragungsfunktion $H(f, t)$ mit einem periodischen Raster entsprechend der Pilotanordnung ab, so berechnet sich die abgetastete Kanalübertragungsfunktion $H_A(f, t)$ zu:

$$H_A(f, t) = H(f, t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(f - k \cdot D_f \cdot f_U) \cdot \delta(t - l \cdot D_t \cdot T_S) \quad (3.50)$$

Mit Hilfe der Beziehung [32]

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n \cdot x_0) = \frac{1}{x_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j2\pi \cdot n \cdot x / x_0} \quad (3.51)$$

folgt für Gleichung (3.50):

$$H_A(f, t) = \frac{1}{D_f \cdot D_t \cdot f_U \cdot T_S} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} H(f, t) \cdot e^{j2\pi \cdot k \cdot f / (D_f \cdot f_U)} \cdot e^{j2\pi \cdot l \cdot t / (D_t \cdot T_S)} \quad (3.52)$$

Die dopplervariante Impulsantwort $S_A(\tau, f_D)$ zu $H_A(f, t)$ berechnet sich unter Verwendung der Gleichungen (2.15) und (2.16) zu:

$$S_A(\tau, f_D) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_A(f, t) \cdot e^{j2\pi\tau\cdot f} \cdot e^{-j2\pi\cdot f_D\cdot t} \cdot df dt \quad (3.53)$$

Entsprechend Gleichung (3.53) bestimmt sich die dopplervariante Impulsantwort $S(\tau, f_D)$ von $H(f, t)$ zu:

$$S(\tau, f_D) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(f, t) \cdot e^{j2\pi\tau\cdot f} \cdot e^{-j2\pi\cdot f_D\cdot t} \cdot df dt \quad (3.54)$$

Setzt man Gleichung (3.52) in Gleichung (3.53) ein, so erhält man für die dopplervariante Impulsantwort $S_A(\tau, f_D)$ unter Berücksichtigung von Gleichung (3.54) Folgendes:

$$S_A(\tau, f_D) = \frac{1}{D_f \cdot D_t \cdot f_U \cdot T_S} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} S\left(\tau + \frac{k}{D_f \cdot f_U}, f_D - \frac{l}{D_t \cdot T_S}\right) \quad (3.55)$$

Die dopplervariante Impulsantwort $S_A(\tau, f_D)$ bestimmt sich aus einer periodischen Wiederholung von $S(\tau, f_D)$. Aus den Gleichungen (2.34) und (2.36) ist zu erkennen, dass $S(\tau, f_D)$ nur für $0 \leq \tau \leq \tau_{\max}$ und $|f_D| < f_{D_{\max}}$ ungleich Null ist. Damit lässt sich die Kanalübertragungsfunktion $H(f, t)$ aus der abgetasteten Kanalübertragungsfunktion $H_A(f, t)$ rekonstruieren, falls sich die periodischen Wiederholungen von $S(\tau, f_D)$ in Gleichung (3.55) nicht überlappen (zweidimensionales Abtasttheorem). Die Bedingungen, damit diese Überlappungen nicht auftreten, sind:

$$\frac{1}{D_f \cdot f_U} > \tau_{\max} \quad \text{und} \quad \frac{1}{D_t \cdot T_S} > 2 \cdot f_{D_{\max}} \quad (3.56)$$

Um eine Aufwärtstastung von $H_A(f, t)$ zu erhalten, werden zusätzliche Abtastwerte benötigt. Für die Berechnung dieser Abtastwerte müssen ebenfalls die Bedingungen aus Gleichung (3.56) erfüllt sein, damit eine höhere Abtastung von $H(f, t)$ erzielt werden kann. Die vorgestellte Kanalschätzung stellt gerade so ein Aufwärtstasten mit Interpolation dar. Ausgehend von den Stützstellen an den Positionen der Pilotöne werden die Kanalübertragungskoeffizienten an dazwischenliegenden Positionen berechnet. Damit müssen die Bedingungen aus Gleichung (3.56) erfüllt sein, um eine ideale Kanalschätzung durchführen zu können.

Berechnet man nun die Quotienten aus Gleichung (3.56) für die Parameter der obigen Simulationen, so erhält man Folgendes:

$$\frac{1}{D_f \cdot f_U} = 25 \mu\text{s} \quad \text{und} \quad \frac{1}{D_t \cdot T_S} = 320 \text{ Hz} \quad (3.57)$$

Damit lässt sich eine ideale Kanalschätzung nur für

$$\tau_{\max} < 25 \mu\text{s} \quad \text{und} \quad f_{D_{\max}} < 160 \text{ Hz} \quad (3.58)$$

erzielen. Betrachtet man nun noch einmal die Bilder 3.6 und 3.7, so ist offensichtlich, dass sich der mittlere quadratische Fehler für die Parameter $\tau_{\max} = 40 \mu\text{s}$, $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$, $f_{D_{\max}} = 200 \text{ Hz}$ oder $f_{D_{\max}} = 300 \text{ Hz}$ einer Untergrenze annähern muss. Jedoch ist der mittlere quadratische Fehler bei Verletzung des Abtasttheorems in Bild 3.7 deutlich höher als in Bild 3.6. Dies liegt an den Wahrscheinlichkeitsdichten für die Verzögerungen nach Gleichung (2.36) und für die Dopplerfrequenzen nach Gleichung (2.34). Die Dopplerfrequenzen haben eine hohe Dichte nahe bei $\pm f_{D_{\max}}$, so dass sich schon eine leichte Überlappung der periodischen Wiederholungen von $S(\tau, f_D)$ in f_D -Richtung drastisch auswirkt.

Eine allgemeine Herleitung des zweidimensionalen Abtasttheorems der Kanalübertragungsfunktion $H(f, t)$ für beliebige periodische Abtastraster und die Auswirkungen auf die Kanalschätzung findet sich in [29]. Eine Erläuterung zum zweidimensionalen Abtasttheorem und zur Kanalschätzung am Beispiel des digitalen terrestrischen Fernsehens (DVB-T) [2] mit einem diagonalen Pilotaster ist in [31] gegeben.

3.3 Simulationsergebnisse

3.3.1 Kanalcodierung

Für die Aufnahme der Bitfehlerhäufigkeit wird das gesamte Übertragungssystem mit der Kanalcodierung betrachtet. Für die Kanalcodierung werden rekursive systematische Faltungscodierer mit der Rate $R_c = 1/2$ verwendet. In Bild 3.8 ist die Struktur eines rekursiven systematischen Faltungscodierers mit s Speicherelementen dargestellt.

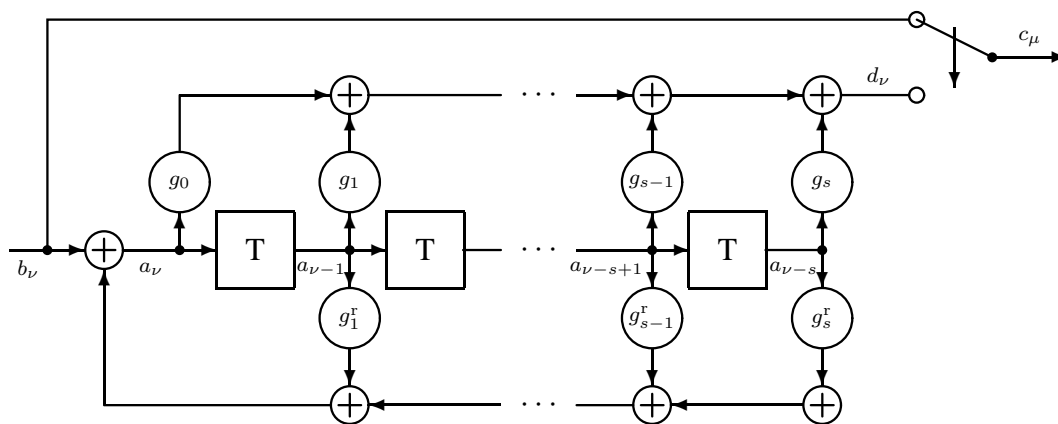


Bild 3.8: Struktur eines rekursiven systematischen Faltungscodierers

Die Addierer in Bild 3.8 stellen Modulo 2-Addierer dar. Die Multiplizierer g_i und g_i^r können die Werte 0 oder 1 annehmen.

Das Ausgangssignal c_μ des Kanalcodierers bestimmt sich wie folgt:

$$c_\mu = \begin{cases} b_{\mu \text{Div} 2} & \text{falls } \mu \text{Mod} 2 = 0 \\ d_{\mu \text{Div} 2} & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.59)$$

Die Polynome für die Abgriffe des Schieberegisters werden allgemein als Oktalzahlen angegeben. Das Polynom G_r für die Rückkopplung bestimmt sich zu:

$$G_r = 2^s + \sum_{i=0}^{s-1} g_{s-i}^r \cdot 2^i \quad (3.60)$$

Entsprechend Gleichung (3.60) berechnet sich das Polynom G für die Vorwärtsrichtung zu:

$$G = \sum_{i=0}^s g_{s-i} \cdot 2^i \quad (3.61)$$

Mit der Bezeichnung $(s; G_r, G)$ lässt sich nun die Struktur des rekursiven systematischen Faltungscodierers definieren. Die Angabe der Anzahl der Speicherelemente s ist nicht explizit notwendig, da diese Information aus Gleichung (3.60) zu entnehmen ist. Doch ist die Angabe von s für eine schnellere Erfassung des Codierers sehr hilfreich.

Der aktuelle Inhalt des Schieberegisters bzw. Zustand des Codierers S_ν ergibt sich mit Hilfe von Bild 3.8 zu:

$$S_\nu = \sum_{i=1}^s a_{\nu-i} \cdot 2^{i-1} \quad (3.62)$$

Für die betrachtete blockweise Übertragung wird der rekursive systematische Faltungscodierer für jeden Block im Startzustand $S_{\text{Start}} = 0$ beginnen. Außerdem ist es möglich, dass der Codierer zum Abschluss wieder in einem bestimmten Zustand endet. Meistens wird dazu der Zustand $S_{\text{Ende}} = 0$ ausgewählt. Um dies zu erreichen, müssen die letzten s Bits entsprechend gewählt werden. Durch diese Terminierung des Codierers ist die gesamte Rate des Codierers ein bisschen kleiner als R_c , da nun die Anzahl der Informationsbits eines Blockes, die dem Codierer übergeben werden, um s verringert ist.

Für die Decodierung des rekursiven systematischen Faltungscodierers wird der APP-Algorithmus [23, 20] verwendet. Dieser Algorithmus wird in der Weise verwirklicht, dass er die empfangenen L-Werte [20] verarbeitet.

3.3.2 Bitfehlerhäufigkeit

Im Folgenden wird die Bitfehlerhäufigkeit (BFH) als Funktion von E_b/N_0 für die Parameter, die auch für Bild 3.5 gewählt worden sind, durch Simulation ermittelt. Als Kanalcodierer ist der rekursive Faltungscodierer ($s = 4; G_r = 037, G = 023$) verwendet worden. Der Interleaver ist ein Zufallsinterleaver, Random Interleaver, mit der Interleavergröße V_L .

Für die Bestimmung der mittleren Energie pro Informationsbit E_b wird die gesamte Redundanz in dem Übertragungssystem berücksichtigt. Damit folgt für E_b/N_0 in Abhängigkeit von E_S/N_0 Folgendes⁴:

⁴Aufgrund der Normierung des Übertragungskanal durch Gleichung (2.28) bezieht sich E_b/N_0 in diesem Fall sowohl auf den Sender als auch auf den Empfänger.

$$\left. \frac{E_b}{N_0} \right|_{\text{dB}} = \left. \frac{E_S}{N_0} \right|_{\text{dB}} + 10 \cdot \lg \frac{1}{R_c \cdot R_{\text{term}} \cdot R_n \cdot R_g \cdot \tilde{M}} \quad (3.63)$$

In Gleichung (3.63) berücksichtigt R_{term} eine mögliche Terminierung des rekursiven systematischen Faltungscodierers. Falls der Faltungscodierer nicht terminiert ist, ist $R_{\text{term}} = 1$. Im Weiteren werden die verwendeten rekursiven Faltungscodierer immer terminiert. Damit ist $R_{\text{term}} < 1$. Die Anzahl der Bits pro Symbol in (3.63) ist mit \tilde{M} bezeichnet.

Das Übertragen der Pilotsymbole wird durch den Faktor R_n berücksichtigt. Der Faktor R_n steht also für die Nutzsymbolrate, d.h. er gibt an, wieviel der übertragenen Symbole mit Daten- oder Nutzinformation belegt sind. Die Nutzsymbolrate berechnet sich zu:

$$R_n = \frac{K \cdot L_B - (K \text{Div} D_f + \lambda_f) \cdot (L \text{Div} D_t + \lambda_t)}{K \cdot L_B} \quad (3.64)$$

mit

$$\lambda_f = \begin{cases} 0 & \text{für } K \text{Mod} D_f = 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{und} \quad \lambda_t = \begin{cases} 0 & \text{für } L_B \text{Mod} D_t = 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.65)$$

Für die gewählten Simulationsparameter ergibt sich die Nutzsymbolrate zu:

$$R_n = 0,989011 \quad (3.66)$$

Der Faktor R_g in Gleichung (3.63) berücksichtigt die Redundanz, die durch das Einfügen des Schutzintervalls hinzukommt. Dieser Faktor bestimmt sich aus dem Verhältnis der Nutzdauer T_U zur Dauer T_S eines OFDM-Symbols.

$$R_g = \frac{T_U}{T_S} = \frac{T_S - T_G}{T_S} = 1 - \frac{T_G}{T_S} \quad (3.67)$$

Für die gewählten Simulationsparameter beträgt der Faktor:

$$R_g = 0,8 \quad (3.68)$$

Mit den gegebenen Parametern berechnet sich die Größe des Zufallsinterleavers V_L wie folgt:

$$V_L = \tilde{M} \cdot R_n \cdot K \cdot L_B \quad (3.69)$$

Als Zahlenwert für V_L aufgrund der gewählten Simulationsparameter mit $\tilde{M} = 2$ für das QPSK-Verfahren mit Gray-Mapping nach Gleichung (2.78) folgt:

$$V_L = 199980 \quad (3.70)$$

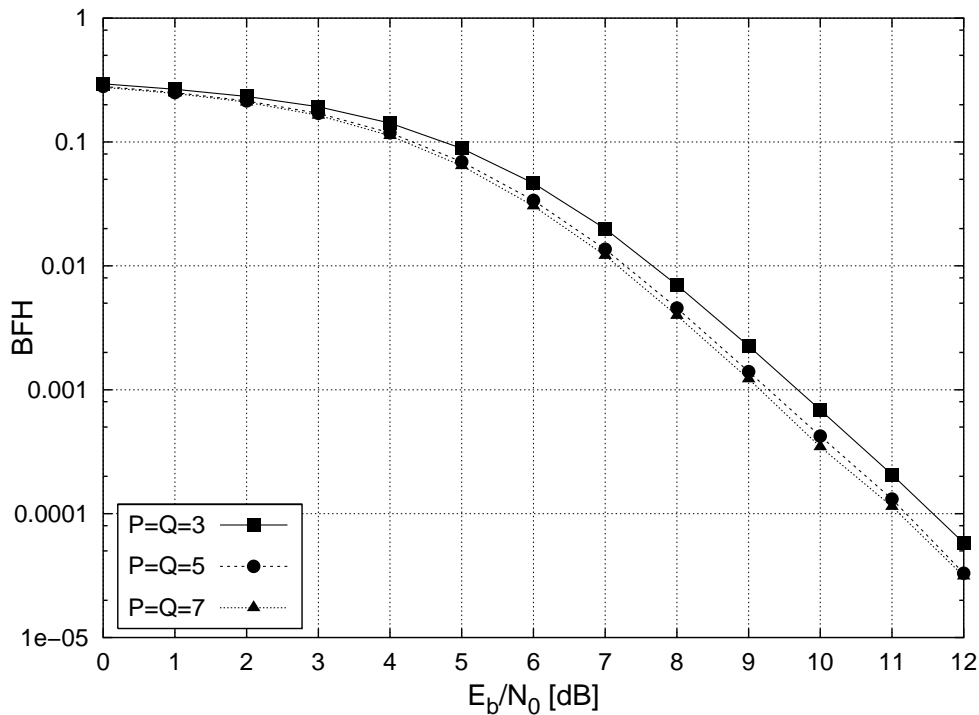


Bild 3.9: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für verschiedene Werte von P und Q ($\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$, $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$)

In Bild 3.9 ist zu erkennen, dass mit einer Erhöhung der Anzahl an Stützstellen P, Q die Bitfehlerhäufigkeit (BFH) abnimmt. Dies lässt sich anschaulich durch die Verringerung des Schätzfehlers bei einer Erhöhung von P, Q anhand von Bild 3.5 erklären.

Bild 3.10 zeigt die Bitfehlerhäufigkeit bei verschiedenen maximalen Verzögerungen τ_{\max} . Die Anzahl der Stützstellen beträgt $P = Q = 5$. Ansonsten sind die Simulationsparameter entsprechend der Simulation in Bild 3.9 beibehalten worden.

Aus Bild 3.10 ist zu entnehmen, dass mit steigendem τ_{\max} die Bitfehlerhäufigkeit zunimmt. Dies liegt daran, dass durch eine größere maximale Verzögerung der Schätzfehler entsprechend Bild 3.6 ansteigt. Des Weiteren ist die Bitfehlerhäufigkeit für die Fälle $\tau_{\max} = 40 \mu\text{s}$ und $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$ deutlich höher als für die beiden Fälle $\tau_{\max} = 10 \mu\text{s}$ und $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$. Dieser Sachverhalt lässt sich ebenfalls mit dem merklichen Anstieg des Schätzfehlers in Bild 3.6 für die beiden Fälle $\tau_{\max} = 40 \mu\text{s}$ und $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$ anschaulich erklären.

Die Abhängigkeit der Bitfehlerhäufigkeit von der maximalen Dopplerfrequenz $f_{D_{\max}}$ ist in Bild 3.11 aufgetragen. Die Anzahl der Stützstellen beträgt wiederum $P = Q = 5$. Die maximale Verzögerung des Kanals ist zu $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ gesetzt worden. Die übrigen Simulationsparameter sind nicht verändert worden.

Entsprechend den Ergebnissen in Bild 3.10 ist auch in diesem Fall die Tendenz ersichtlich, dass mit steigender maximaler Dopplerfrequenz $f_{D_{\max}}$ die Bitfehlerhäufigkeit ansteigt. Darüberhinaus ist die Bitfehlerhäufigkeit für die Fälle $f_{D_{\max}} = 200 \text{ Hz}$ und $f_{D_{\max}} = 300 \text{ Hz}$ deutlich höher als für die beiden Fälle $f_{D_{\max}} = 50 \text{ Hz}$ und $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$. Dies lässt sich anschaulich mit dem merklichen Anstieg des Schätzfehlers in Bild 3.7 aufgrund der Ver-

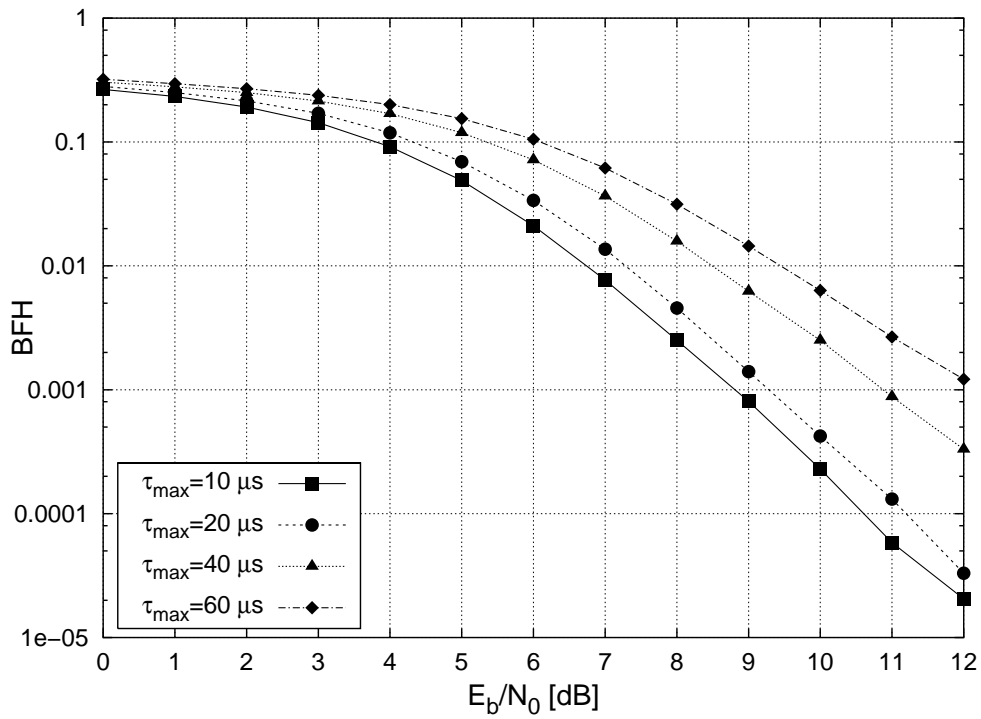


Bild 3.10: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für verschiedene Werte von τ_{\max} ($P = Q = 5$)

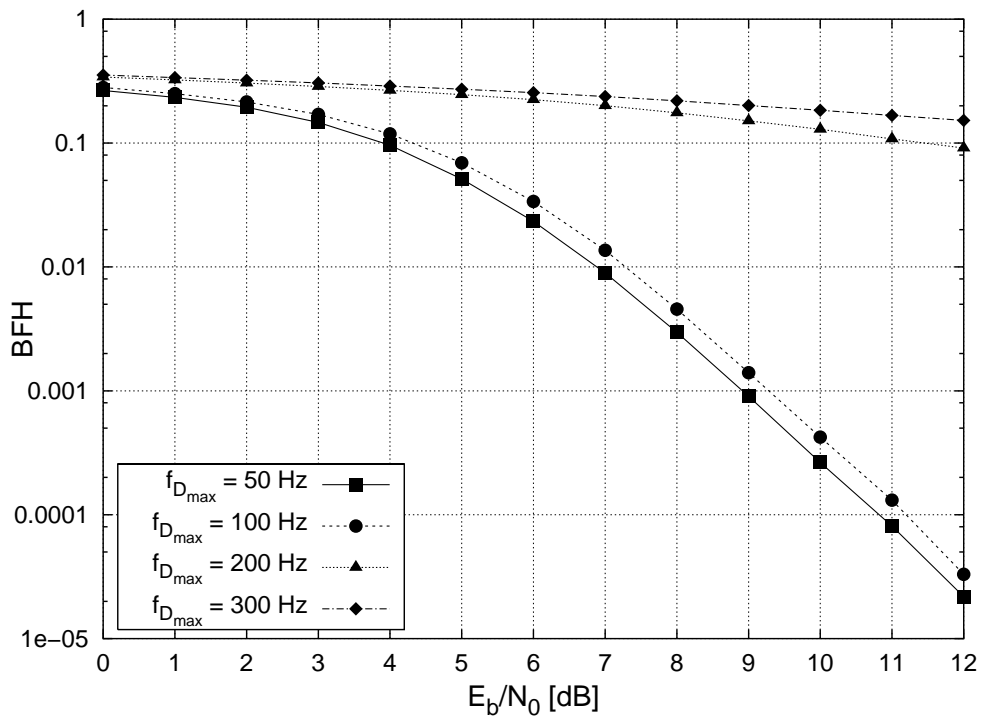


Bild 3.11: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für verschiedene Werte von $f_{D_{\max}}$ ($P = Q = 5$)

letzung des zweidimensionalen Abtasttheorems für die beiden Fälle $f_{D_{\max}} = 200 \text{ Hz}$ und $f_{D_{\max}} = 300 \text{ Hz}$ begründen. Somit ist diese Kanalschätzung, basierend auf Interpolations-

filter, abhängig von dem vorgestellten zweidimensionalen Abtasttheorem, das Bedingungen für die Lage der Pilottöne vorgibt.

Um den Einfluss der Interleavergröße V_L auf die Bitfehlerhäufigkeit zu untersuchen, werden die Anzahl der Unterträger K und die Anzahl der OFDM-Symbole L_B eines Blockes variiert. Dadurch verändert sich die Interleavergröße V_L . Der Abstand der Pilottöne ist sowohl für die Frequenzrichtung als auch für die Zeitrichtung konstant zu $D_f = D_t = 10$ gewählt worden. Für die Anzahl an Stützstellen P, Q der Kanalschätzung in Frequenz- und Zeitrichtung ist $P = Q = 6$ verwendet worden. Die Parameter für den Übertragungskanal sind eine maximale Dopplerfrequenz von $f_{D_{\max}} = 100$ Hz und eine maximale Verzögerung von $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$. Ansonsten sind die übrigen Simulationsparameter beibehalten worden. Das Abtasttheorem ist also erfüllt, vgl. Gleichung (3.58).

In Bild 3.12 ist die Bitfehlerhäufigkeit für die Interleavergrößen $V_{L,0} = 199980$, $V_{L,1} = 20160$ und $V_{L,2} = 5130$ aufgetragen. Die Interleavergröße $V_{L,0} = 199980$ ist durch die bekannten Parameter mit der Anzahl der Unterträger $K_0 = 1001$ und der Anzahl der OFDM-Symbole $L_{B,0} = 101$ erhalten worden. Mit der Anzahl der Unterträger $K_1 = 101$ und der Anzahl der OFDM-Symbole $L_{B,1} = 101$ berechnet sich die Interleavergröße zu $V_{L,1} = 20160$. Die Interleavergröße $V_{L,2} = 5130$ wird durch die Parameter $K_2 = 51$ und $L_{B,2} = 51$ erzielt. In diesem Fall ist die Anzahl an Pilottönen in einem OFDM-Symbol, das Pilottöne überträgt, gleich sechs. Entsprechendes gilt für einen Unterträger, in dem Pilotsymbole gesendet werden. Durch $P = Q = 6$ werden für die Interleavergröße $V_{L,2}$ immer alle möglichen Stützstellen für die Kanalschätzung verwendet.

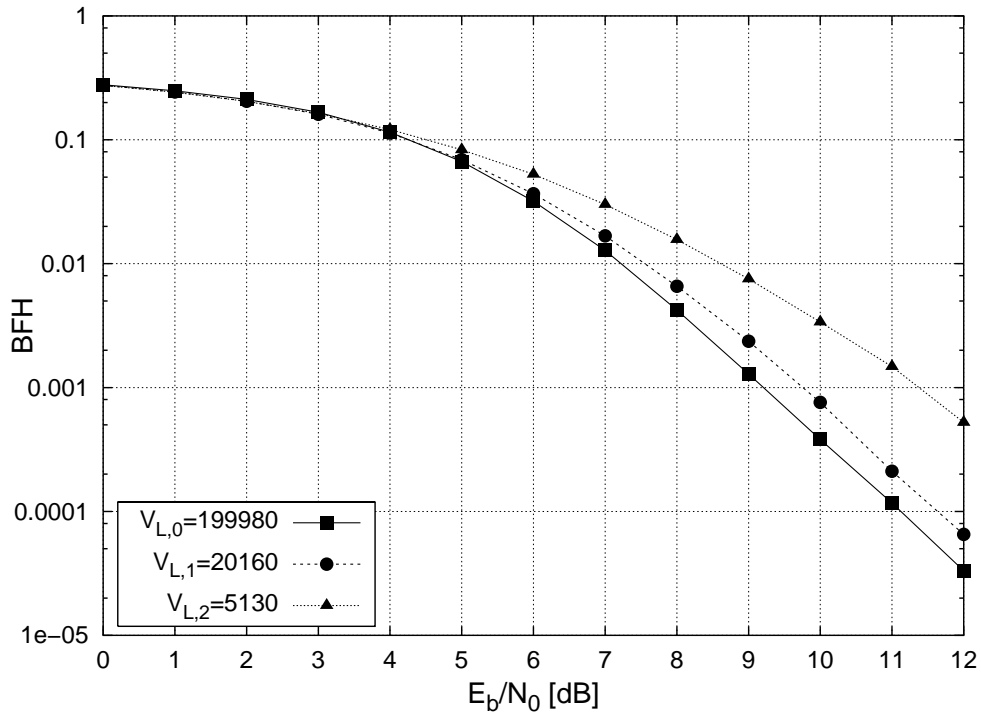


Bild 3.12: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für verschiedene Interleavergrößen $V_{L,i}$ bei $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 100$ Hz ($P = Q = 6$)

Aus Bild 3.12 ist zu entnehmen, dass die Bitfehlerhäufigkeit mit steigender Interleavergröße

wie erwartet abnimmt. Dies liegt hauptsächlich am Decodierer, der mit steigender Interleaverlänge mehr Bitfehler korrigieren kann. Der Einfluss der Interleavergröße auf den mittleren quadratischen Fehler nach Gleichung (3.48) ist gering. Dieser Aspekt ist in Bild 3.13 dargestellt.

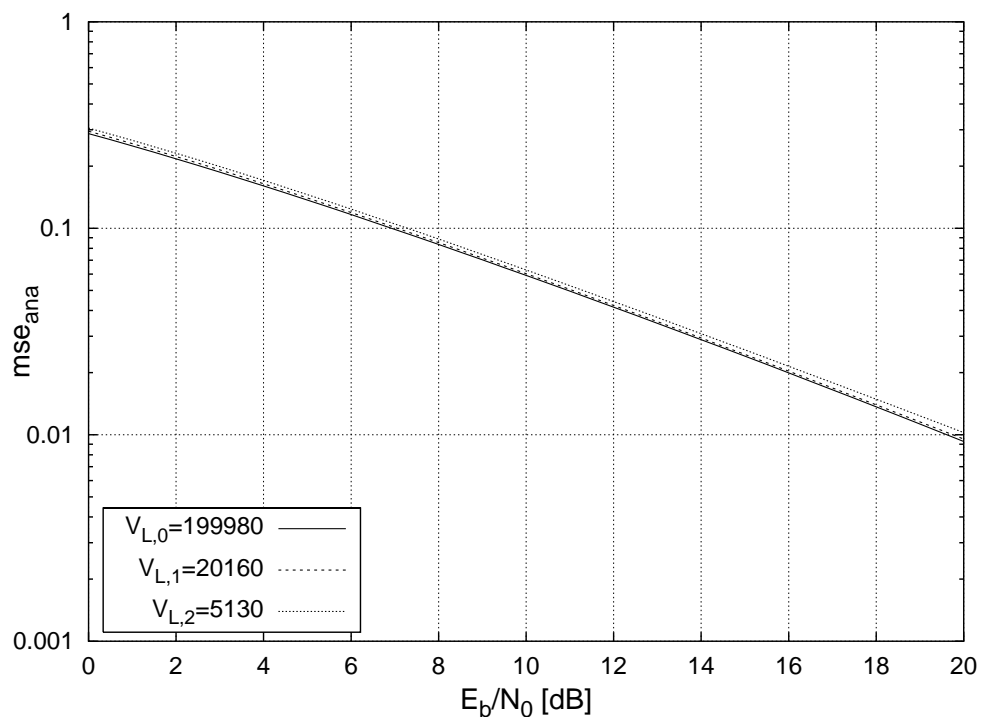


Bild 3.13: Mittlerer quadratischer Fehler bei verschiedenen Interleavergrößen $V_{L,i}$

In diesem Kapitel ist die Kanalschätzung anhand von Interpolationsfiltern erläutert worden. Dabei ist vorausgesetzt worden, dass dem Empfänger die Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion des Kanals $R_H(\Delta f, \Delta t)$ bekannt ist. Dies wird in der Realität meistens nicht der Fall sein. In diesen Fällen werden die Filterkoeffizienten für die Interpolationsfilter über eine angenommene Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion berechnet [3, 14, 24, 25, 26, 27, 28]. Bei diesem Vorgehen lässt sich eine Verringerung der Bitfehlerhäufigkeit erzielen, indem man adaptive Filter verwendet [31, 33, 34]. Dabei versucht man, die tatsächliche Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion des Kanals zu berechnen, um damit die Filterkoeffizienten den aktuellen Kanaleigenschaften anzupassen.

Kapitel 4

Kanalschätzung mit iterativer Filterung und Decodierung

Seit der Erfindung der Turbo-Codierung [35] sind iterative Empfängerstrukturen ein breites Gebiet der Forschung geworden. Für die in [35] vorgestellte Turbo-Codierung werden zwei rekursive systematische Faltungscodierer parallel miteinander verknüpft. Eine serielle Verknüpfung zweier Codierer, um das Turbo-Prinzip beim Empfänger auszunutzen, ist in [36] dargestellt. In diesem Fall besteht die Iterationsschleife aus einem inneren Decodierer und einem äußeren Decodierer. In [18, 19] ist gezeigt worden, dass das Turbo-Prinzip auch bei einer seriellen Verknüpfung eines Soft-Demappers als innere Komponente und eines äußeren Decodierers angewandt werden kann. Dabei zeigt sich, dass Anti-Gray-Mappings nach mehrmaligem Durchlaufen der Iterationsschleife eine geringere Bitfehlerhäufigkeit erzielen als Gray-Mappings, bei denen die Ausnutzung des Turbo-Prinzips zu keiner nennenswerten Verbesserung führt. Eine weitere Anwendung des Turbo-Prinzips ist die Turbo-Entzerrung [37, 38, 39, 40, 41, 42]. Dabei wird die Entzerrung eines frequenzselektiven Kanals bei Einträgermodulation als innere Komponente einer seriellen Verknüpfung mit einem äußeren Decodierer verwendet. Die Entzerrung erfolgt dabei nach dem APP-Algorithmus, der auf dem Viterbi-Algorithmus basiert. Als Voraussetzung für die Turbo-Entzerrung wird angenommen, dass die Kanalimpulsantwort beim Empfänger bekannt ist.

In [43, 44, 45] wird die Kanalschätzung und Entzerrung in eine Iterationsschleife mit dem äußeren Decodierer eingebettet. Die Übertragung erfolgt dabei ebenfalls über einen frequenzselektiven Kanal bei Einträgermodulation. In diesem Fall wird das Turbo-Prinzip nicht nur für die Entzerrung, sondern auch für die Schätzung der Kanalimpulsantwort verwendet. Iterative Kanalschätzung und Decodierung für ein Einträgermodulationssystem mit BPSK Modulation bei Übertragung über einen nicht frequenzselektiven Kanal finden sich in [46, 47, 48, 49, 50, 51]. Dabei werden Pilotsymbole zu den Nutzdaten hinzugenommen, um beim Empfänger eine Kanalschätzung zu ermöglichen. Durch Einbindung der Kanalschätzung als innere Komponente in eine Iterationsschleife mit dem äußeren Decodierer kann die Kanalschätzung verbessert und damit eine Verringerung der Bitfehlerhäufigkeit erzielt werden.

In diesem Kapitel wird die Grundidee aus [46, 47] auf ein OFDM-System angewendet. Es wird vor allem von Interesse sein, wie sich diese Kanalschätzung mit iterativer Filterung und Decodierung bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems der Kanalübertragungsfunktion verhält.

4.1 Übertragungssystem

Für die Untersuchung des Übertragungssystems mit iterativer Filterung und Decodierung verändert sich im Vergleich zu Kapitel 3 die Empfängerstruktur. Die Struktur des Senders sowie die Anordnung der Pilottöne werden aus Kapitel 3 unverändert übernommen, so dass eine Erläuterung zu diesen Punkten an dieser Stelle entfallen kann.

4.1.1 Struktur des iterativen Empfängers

In Bild 4.1 ist der Empfänger mit iterativer Filterung und Decodierung zur Kanalschätzung dargestellt.

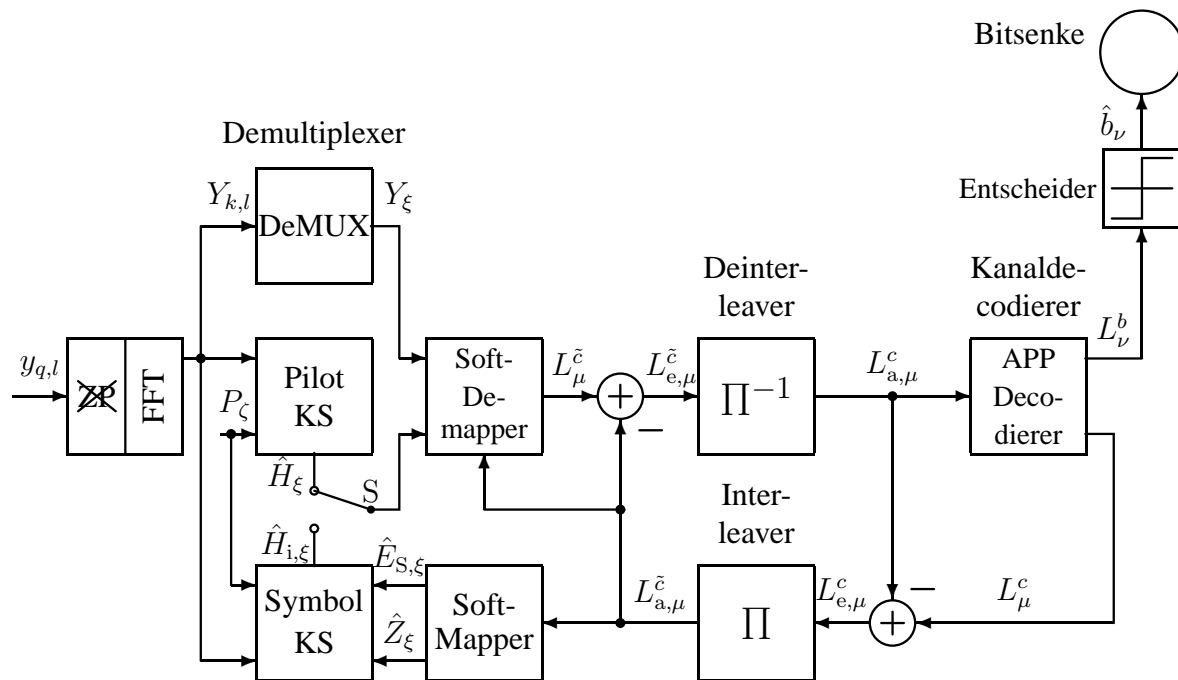


Bild 4.1: Empfänger mit iterativer Filterung und Decodierung

Er stellt eine Erweiterung des Empfängers aus Kapitel 3, Bild 3.3, dar. Zunächst ist der Schalter S, wie in Bild 4.1 abgebildet, in der oberen Position. Damit erfolgt zunächst die aus Kapitel 3 schon bekannte Signalverarbeitung mit der Kanalschätzung basierend auf den Pilottönen, dem Soft-Demapping, dem Deinterleaving und der APP-Decodierung. Die Erweiterung zum Empfänger aus Kapitel 3 stellt die Berechnung der L-Werte L_{μ}^c der codierten Bits c_{μ} durch den APP-Decodierer dar [20, 21]. Nachdem die L-Werte $L_{a,\mu}^c$, die am Eingang des Decodierers anliegen, von den L-Werten L_{μ}^c abgezogen worden sind, erhält man die L-Werte $L_{e,\mu}^c$ der codierten Bits c_{μ} . Die $L_{e,\mu}^c$ werden als extrinsische Information bezeichnet [20, 21]. Nach dem Interleaver wird diese Information zum *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ der codierten Bits \tilde{c}_{μ} . Dieses *a priori*-Wissen wird dann sowohl dem Soft-De-mapper als auch dem Soft-Mapper übergeben. Der Soft-Mapper berechnet die Soft-Symbole \hat{Z}_{ξ} und die mittlere

Signalenergie $\hat{E}_{S,\xi}$. Die \hat{Z}_ξ und $\hat{E}_{S,\xi}$ dienen zusammen mit den Pilottönen P_ζ als Eingang für eine weitere Kanalschätzung. Diese wird als symbolbasierte Kanalschätzung (Symbol KS) bezeichnet, da die Soft-Symbole \hat{Z}_ξ und die mittlere Signalenergie $\hat{E}_{S,\xi}$ verwendet werden. Nach der Schätzung von $\hat{H}_{i,\xi}$ wird der Schalter S in die untere Position gelegt und somit die Iterationsschleife geschlossen. Danach erfolgt wieder das Soft-Demapping, das nun auf das *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ und auf die neu geschätzten Kanalübertragungskoeffizienten $\hat{H}_{i,\xi}$ aus der Iterationsschleife zurückgreifen kann. Entsprechend zum Vorgehen beim Decodieren muss für die weitere Verarbeitung in der Iterationsschleife die extrinsische Information $L_{e,\mu}^{\tilde{c}}$ durch Subtraktion von $L_{\mu}^{\tilde{c}}$ mit $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ bestimmt werden [18, 19]. Nach anschließendem Deinterleaving und erneutem Decodieren ist der erste Iterationsdurchlauf abgeschlossen, und ein nächster Durchlauf kann erfolgen.

4.1.2 Soft-Mapper

Die Aufgabe des Soft-Mappers besteht darin, mit Hilfe des *a priori*-Wissens $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ ein Soft-Symbol \hat{Z}_ξ und eine mittlere Signalenergie $\hat{E}_{S,\xi}$ zu bestimmen. Aus den L-Werten $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ lassen sich die Wahrscheinlichkeiten $\Pr[\tilde{c}_\mu = 1]$ und $\Pr[\tilde{c}_\mu = 0]$ mit Hilfe von Gleichung (3.8) berechnen.

$$\frac{\Pr[\tilde{c}_\mu = 1]}{\Pr[\tilde{c}_\mu = 0]} = \frac{\Pr[\tilde{c}_\mu = 1]}{1 - \Pr[\tilde{c}_\mu = 1]} = e^{L_{a,\mu}^{\tilde{c}}} \quad (4.1)$$

Gleichung (4.1) lässt sich nun nach $\Pr[\tilde{c}_\mu = 1]$ auflösen.

$$\Pr[\tilde{c}_\mu = 1] = \frac{e^{L_{a,\mu}^{\tilde{c}}}}{1 + e^{L_{a,\mu}^{\tilde{c}}}} = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{L_{a,\mu}^{\tilde{c}}}{2} \right) \right) \quad (4.2)$$

Aus Gleichung (4.2) kann man die Wahrscheinlichkeit $\Pr[\tilde{c}_\mu = 0]$ wie folgt bestimmen:

$$\Pr[\tilde{c}_\mu = 0] = 1 - \Pr[\tilde{c}_\mu = 1] = \frac{1}{2} \left(1 - \tanh \left(\frac{L_{a,\mu}^{\tilde{c}}}{2} \right) \right) \quad (4.3)$$

Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeiten $\Pr[\tilde{c}_\mu = 1]$ und $\Pr[\tilde{c}_\mu = 0]$ wird nun das Soft-Symbol \hat{Z}_ξ als Erwartungswert von Z_ξ berechnet.

$$\hat{Z}_\xi = \mathbb{E}\{Z_\xi\} = \sum_{i=0}^{2^{\tilde{M}}-1} B_i \cdot f_{\text{map},\tilde{M}}(\tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M}+j, j=0 \dots \tilde{M}-1}) \quad (4.4)$$

Die Verbundwahrscheinlichkeit B_i in Gleichung (4.4) ergibt sich wegen der statistischen Unabhängigkeit der \tilde{c}_μ zu:

$$B_i = \Pr[\tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M}}] \cdot \Pr[\tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M}+1}] \cdot \dots \cdot \Pr[\tilde{c}_{\xi \cdot \tilde{M}+\tilde{M}-1}] \quad (4.5)$$

B_i wird durch (4.2) und (4.3), d. h. durch die Eingangsgröße $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ des Soft-Mappers, festgelegt und ist somit bekannt.

Die Werte der codierten Bits $\tilde{c}_{\xi,\tilde{M}+j}$ in den Gleichungen (4.4) und (4.5) erfüllen Gleichung (4.6).

$$\sum_{j=0}^{\tilde{M}-1} \tilde{c}_{\xi,\tilde{M}+j} \cdot 2^j = i \quad (4.6)$$

Unter der Voraussetzung, dass es sich beim *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ um perfektes *a priori*-Wissen handelt, ist das Soft-Symbol \hat{Z}_ξ identisch mit Z_ξ .

$$\hat{Z}_\xi = Z_\xi \quad (4.7)$$

Neben dem Erwartungswert von Z_ξ berechnet der Soft-Mapper auch noch den Erwartungswert von $|Z_\xi|^2$. Analog zu Gleichung (4.4) bestimmt sich der Erwartungswert von $|Z_\xi|^2$ zu:

$$\hat{E}_{S,\xi} = E \{ |Z_\xi|^2 \} = \sum_{i=0}^{2^{\tilde{M}-1}} B_i \cdot \left| f_{\text{map},\tilde{M}}(\tilde{c}_{\xi,\tilde{M}+j,j=0\dots\tilde{M}-1}) \right|^2 \quad (4.8)$$

Die erhaltenen Soft-Symbole \hat{Z}_ξ nach Gleichung (4.4) sowie die mittlere Signalenergie $\hat{E}_{S,\xi}$ nach Gleichung (4.8) werden von der nachfolgenden symbolbasierten Kanalschätzung weiterverarbeitet.

4.1.3 Symbolbasierte Kanalschätzung

Die symbolbasierte Kanalschätzung erhält an ihren Eingängen die Pilottöne P_ζ , die Soft-Symbole \hat{Z}_ξ und die mittlere Signalenergie $\hat{E}_{S,\xi}$ vom Soft-Mapper. Mit Hilfe der Pilottöne P_ζ werden die Kanalübertragungskoeffizienten $\tilde{H}_{i,P,\zeta}$ an den Pilotpositionen entsprechend Kapitel 3 berechnet.

$$\tilde{H}_{i,P,\zeta} = \frac{Y_{P,\zeta}}{P_\zeta} \quad (4.9)$$

In Gleichung (4.9) steht $Y_{P,\zeta}$ für ein Empfangssymbol an einer Pilotposition. Unter der Annahme, dass die Datensymbole Z_ξ dem Empfänger bekannt sind, bestimmen sich die Kanalübertragungskoeffizienten $\tilde{H}_{i,\xi}$ an den Positionen der Datensymbole entsprechend Gleichung (4.9) zu:

$$\tilde{H}_{i,\xi} = \frac{Y_\xi}{Z_\xi} \quad (4.10)$$

$$= \frac{Y_\xi}{|Z_\xi|^2} \cdot Z_\xi^* \quad (4.11)$$

Da dem Empfänger die gesendeten Datensymbole Z_ξ jedoch i. A. nicht bekannt sind, werden die Erwartungswerte aus den Gleichungen (4.4) und (4.8) für die Berechnung der Kanalübertragungskoeffizienten $\tilde{H}_{i,\xi}$ in Gleichung (4.11) näherungsweise herangezogen.

$$\tilde{H}_{i,\xi} = \frac{Y_\xi}{E\{|Z_\xi|^2\}} \cdot (E\{Z_\xi\})^* = \frac{Y_\xi}{\hat{E}_{S,\xi}} \cdot \hat{Z}_\xi^* \quad (4.12)$$

Die Verwendung von Gleichung (4.11) zur Berechnung von $\tilde{H}_{i,\xi}$ in Gleichung (4.12) hat den Hintergedanken, dass der Fall $\hat{Z}_\xi = 0$ zu $\tilde{H}_{i,\xi} = 0$ führt. Mit Gleichung (4.10) würde man für $\hat{Z}_\xi = 0$ $\tilde{H}_{i,\xi} = \infty$ erhalten. Dieses Ergebnis wäre jedoch für eine weitere Signalverarbeitung wenig sinnvoll. Der Fall $\hat{Z}_\xi = 0$ kann z. B. dann auftreten, wenn die möglichen Sendesymbole $f_{\text{map},\tilde{M}}(\dots)$ in Gleichung (4.4) gleiche Wahrscheinlichkeiten besitzen und eine QAM bilden. Die mittlere Signalenergie $\hat{E}_{S,\xi}$ berechnet sich in diesem Fall zu $\hat{E}_{S,\xi} = E_S$. Die dazugehörigen L-Werte $L_{a,\tilde{M}\cdot\xi+i}^c$ sind Null, d.h. der Decodierer kann für das betrachtete Symbol kein *a priori*-Wissen berechnen.

Ein weiterer Vorteil der Berücksichtigung von Gleichung (4.11) gegenüber Gleichung (4.10) für Gleichung (4.12) ist, dass die mittlere Signalenergie $\hat{E}_{S,\xi}$ immer größer oder gleich dem minimalen Betragsquadrat von $f_{\text{map},\tilde{M}}(\dots)$ ist. Dadurch wird einer unnötigen Verstärkung bei der Berechnung von $\tilde{H}_{i,\xi}$ entgegengewirkt. Bei Verwendung von Gleichung (4.10) erfolgt eine unnötige Verstärkung in den Fällen, in denen $|\hat{Z}_\xi|$ kleiner als der minimale Betrag von $f_{\text{map},\tilde{M}}(\dots)$ ist.

Im Falle einer PSK ist $|Z_\xi|$ konstant. In diesem Fall gilt:

$$|Z_\xi| = |f_{\text{map},\tilde{M}}(\dots)| = |Z| \quad (4.13)$$

Unter Verwendung von Gleichung (4.13) folgt für den Erwartungswert $E\{|Z_\xi|^2\}$ aus (4.8):

$$E\{|Z_\xi|^2\} = |Z|^2 \quad (4.14)$$

Setzt man Gleichung (4.14) in Gleichung (4.12) ein, so berechnen sich die Kanalübertragungskoeffizienten $\tilde{H}_{i,\xi}$ bei PSK zu:

$$\tilde{H}_{i,\xi} = \frac{Y_\xi}{|Z|^2} \cdot \hat{Z}_\xi^* \quad (4.15)$$

Dadurch kann im Falle einer PSK die explizite Berechnung der mittleren Signalenergie $\hat{E}_{S,\xi}$ nach Gleichung (4.8) im Soft-Mapper entfallen.

Für das Beispiel der QPSK aus Gleichung (2.78) mit $|Z| = \sqrt{2}$ folgt für die Bestimmung der Kanalübertragungskoeffizienten $\tilde{H}_{i,\xi}$ nach Gleichung (4.15):

$$\tilde{H}_{i,\xi} = \frac{Y_\xi}{2} \cdot \hat{Z}_\xi^* \quad (4.16)$$

Die Kanalübertragungskoeffizienten $\tilde{H}_{i,P,\zeta}$ und $\tilde{H}_{i,\xi}$ werden anschließend entsprechend Z_ξ und P_ζ beim Sender in Bild 3.1 zusammengeführt, um das Signal $\tilde{H}_{i,k,l}$ zu bilden. Mit diesem Vorgehen stehen für die symbolbasierte Kanalschätzung Schätzwerte $\tilde{H}_{i,k,l}$ von $H_{k,l}$ über der gesamten Zeit-Frequenz-Ebene zur Verfügung im Gegensatz zur pilotbasierten Kanalschätzung aus Kapitel 3. Bild 4.2 veranschaulicht diesen Aspekt.

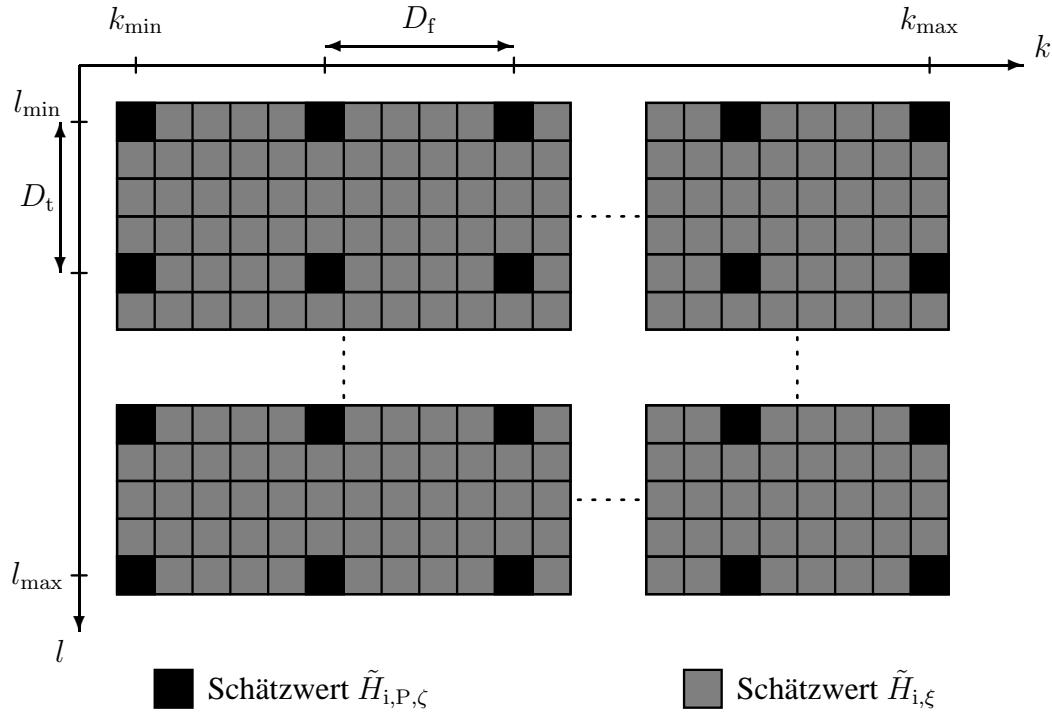


Bild 4.2: Geschätzte Kanalübertragungskoeffizienten $\tilde{H}_{i,k,l}$ in der Zeit-Frequenz-Ebene

Die symbolbasierte Kanalschätzung wird entsprechend der pilotbasierten Kanalschätzung durch zweimalige eindimensionale Interpolation realisiert. Zuerst wird wiederum in Frequenzrichtung und anschließend in Zeitrichtung interpoliert.

Betrachtet man ein OFDM-Symbol zum Zeitpunkt l_0 , so werden die Kanalübertragungskoeffizienten \tilde{H}'_{i,k,l_0} durch lineare Interpolation wie folgt bestimmt:

$$\tilde{H}'_{i,k,l_0} = \sum_{m=1}^{P_i} w_{i,m,k} \cdot \tilde{H}_{i,k_m,l_0} \quad (4.17)$$

Dabei sind die Positionen der P_i nächsten Schätzwerte \tilde{H}_{i,k_m,l_0} zur betrachteten Position $\{k, l_0\}$ mit $\{k_m, l_0\}$ bezeichnet. Da der Kanalübertragungskoeffizient \tilde{H}_{i,k,l_0} der betrachteten Position $\{k, l_0\}$ nicht für lineare Interpolation verwendet wird, gilt:

$$k_m \neq k \quad ; m = 1, \dots, P_i \quad (4.18)$$

In Bild 4.3 ist dieses Vorgehen der symbolbasierten Kanalschätzung für \tilde{H}'_{i,n,l_0} mit $P_i = 8$ schematisch dargestellt.

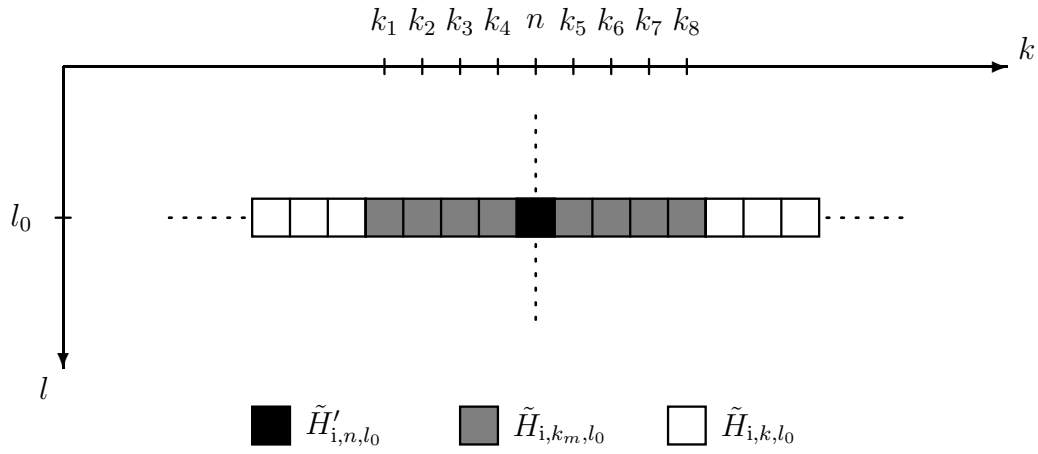


Bild 4.3: Prinzip der symbolbasierten Kanalschätzung in Frequenzrichtung

Für die Berechnung der Filterkoeffizienten in Gleichung (4.17) wird nun vorausgesetzt, dass das *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ perfekt ist. Mit dieser Annahme gilt für die Soft-Symbole am Ausgang des Soft-Mappers Folgendes:

$$\hat{Z}_\xi = Z_\xi \quad (4.19)$$

Entsprechend zur pilotbasierten Kanalschätzung aus Kapitel 3 sollen die Filterkoeffizienten $w_{i,m,k}$ so bestimmt werden, dass der Erwartungswert $E \left\{ |H_{k,l_0} - \tilde{H}'_{i,k,l_0}|^2 \right\}$ des quadratischen Fehlers minimiert wird. Die Filterkoeffizienten, die diese Vorgabe erfüllen, berechnen sich zu [30]:

$$\mathbf{w}_{i,k}^T = \mathbf{r}_{i,H\tilde{H},k}^T \cdot \mathbf{R}_{i,\tilde{H}\tilde{H}}^{-1} \quad (4.20)$$

Der Vektor $\mathbf{w}_{i,k}$ beinhaltet die Filterkoeffizienten $w_{i,m,k}$ wie folgt:

$$\mathbf{w}_{i,k}^T = (w_{i,1,k}, \dots, w_{i,P_i,k}) \quad (4.21)$$

Der Vektor $\mathbf{r}_{i,H\tilde{H},k}$ der Kreuzkorrelation zwischen H_{k,l_0} und \tilde{H}_{i,k_m,l_0} ergibt sich entsprechend Gleichung (3.24) unter Verwendung von Gleichung (4.19) zu¹:

$$\mathbf{r}_{i,H\tilde{H},k}^T = (R_{H,f}(k - k_1), \dots, R_{H,f}(k - k_{P_i})) \quad (4.22)$$

Die Frequenz-Korrelationsfunktion $R_{H,f}$ in Gleichung (4.22) berechnet sich entsprechend Gleichung (3.25).

Die Matrix $\mathbf{R}_{i,\tilde{H}\tilde{H}}$ in Gleichung (4.20) ergibt sich mit Hilfe von Gleichung (4.19) analog Gleichung (3.27) zu:

¹Zur Vereinfachung und ohne Verminderung des Verständnisses ist der nötige multiplikative Faktor f_U in dem Argument der Frequenz-Korrelationsfunktion $R_{H,f}$ in Gleichung (4.22) weggelassen worden.

$$\mathbf{R}_{i,\tilde{H}\tilde{H}} = \begin{pmatrix} 1 + N_0 \cdot \beta & R_{H,f}(k_1 - k_2) & \cdots & R_{H,f}(k_1 - k_{P_i}) \\ R_{H,f}(k_2 - k_1) & 1 + N_0 \cdot \beta & & R_{H,f}(k_2 - k_{P_i}) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R_{H,f}(k_{P_i} - k_1) & \cdots & R_{H,f}(k_{P_i} - k_{P_i-1}) & 1 + N_0 \cdot \beta \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Erfüllen die Filterkoeffizienten $w_{i,m,k}$ Gleichung (4.20), so erhält man für den minimalen quadratischen Fehler $E \left\{ |H_{k,l_0} - \tilde{H}'_{i,k,l_0}|^2 \right\}$ Folgendes [30]:

$$E \left\{ |H_{k,l_0} - \tilde{H}'_{i,k,l_0}|^2 \right\} = J_{i,\min_f,k} = 1 - \mathbf{r}_{i,H\tilde{H},k}^T \cdot \mathbf{R}_{i,\tilde{H}\tilde{H}}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{i,H\tilde{H},k}^* \quad (4.24)$$

Nach der Filterung in Frequenzrichtung sind die neuen Schätzwerte $\tilde{H}'_{i,k,l}$ von $H_{k,l}$ in der gesamten Zeit-Frequenz-Ebene bekannt. Der Filterung in Frequenzrichtung folgt die Filterung in Zeitrichtung. Betrachtet man dazu einen Unterträger k_0 , so erfolgt die lineare Interpolation in Zeitrichtung wie folgt:

$$\hat{H}_{i,k_0,l} = \sum_{m=1}^{Q_i} v_{i,m,k_0,l} \cdot \tilde{H}'_{i,k_0,l_m} \quad (4.25)$$

Dabei sind die Positionen der Q_i nächsten Schätzwerte \tilde{H}'_{i,k_0,l_m} zur betrachteten Position $\{k_0, l\}$ mit $\{k_0, l_m\}$ bezeichnet. Entsprechend der Interpolation in Frequenzrichtung wird der Kanalübertragungskoeffizient $H'_{i,k_0,l}$ der betrachteten Position $\{k_0, l\}$ nicht verwendet. Es gilt:

$$l_m \neq l \quad ; m = 1, \dots, Q_i \quad (4.26)$$

Bild 4.4 veranschaulicht das Vorgehen der symbolbasierten Kanalschätzung in Zeitrichtung für $\hat{H}_{i,k_0,n}$ mit $Q_i = 4$.

Die optimalen Filterkoeffizienten ergeben sich entsprechend Gleichung (4.20) zu:

$$\mathbf{v}_{i,l}^T = \mathbf{r}_{i,H\tilde{H}',l}^T \cdot \mathbf{R}_{i,\tilde{H}'\tilde{H}'}^{-1} \quad (4.27)$$

Der Vektor $\mathbf{v}_{i,l}$ stellt sich dabei wie folgt dar:

$$\mathbf{v}_{i,l}^T = (v_{i,1,k_0,l}, \dots, v_{i,Q_i,k_0,l}) \quad (4.28)$$

Der Vektor $\mathbf{r}_{i,H\tilde{H}',l}$ der Kreuzkorrelation zwischen $H_{k_0,l}$ und \tilde{H}'_{i,k_0,l_m} ergibt sich entsprechend Gleichung (3.36) zu²:

²Zur Vereinfachung und ohne Verminderung des Verständnisses ist der nötige multiplikative Faktor T_S in dem Argument der Zeit-Korrelationsfunktion $R_{H,t}$ in Gleichung (4.29) weggelassen worden.

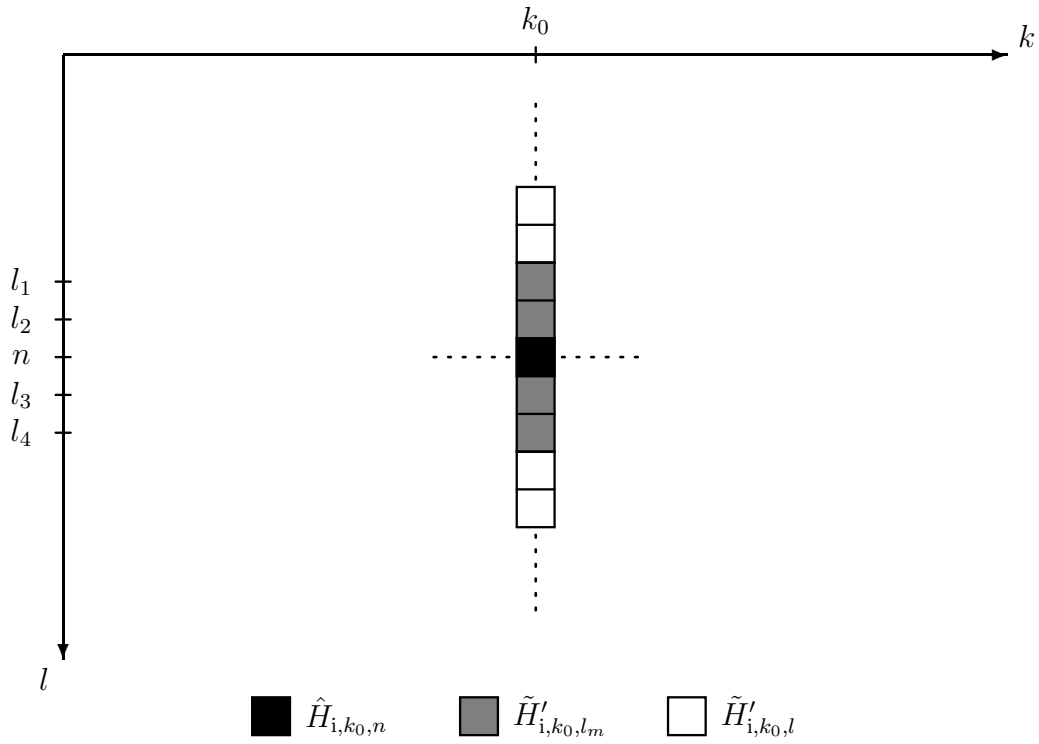


Bild 4.4: Prinzip der symbolbasierten Kanalschätzung in Zeitrichtung

$$\mathbf{r}_{i,H\tilde{H}',l}^T = (1 - J_{i,\min_f,k_0}) \cdot (R_{H,t}(l - l_1), \dots, R_{H,t}(l - l_{Q_i})) \quad (4.29)$$

Die Zeit-Korrelationsfunktion $R_{H,t}$ in Gleichung (4.29) folgt aus Gleichung (3.37).

Die Matrix $\mathbf{R}_{i,\tilde{H}'\tilde{H}'}$ in Gleichung (4.27) berechnet sich nach analogem Vorgehen wie in Kapitel 3 entsprechend Gleichung (3.45) zu:

$$\mathbf{R}_{i,\tilde{H}'\tilde{H}'} = \begin{pmatrix} 1 - J_{i,\min_f,k_0} & R_{H,t}(l_1 - l_2) \cdot J_{i,w} & \cdots & R_{H,t}(l_1 - l_{Q_i}) \cdot J_{i,w} \\ R_{H,t}(l_2 - l_1) \cdot J_{i,w} & 1 - J_{i,\min_f,k_0} & & R_{H,t}(l_2 - l_{Q_i}) \cdot J_{i,w} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R_{H,t}(l_{Q_i} - l_1) \cdot J_{i,w} & R_{H,t}(l_{Q_i} - l_2) \cdot J_{i,w} & \cdots & 1 - J_{i,\min_f,k_0} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

mit

$$J_{i,w} = 1 - J_{i,\min_f,k_0} - N_0 \cdot \beta \cdot (\mathbf{w}_{i,k_0}^T \cdot \mathbf{w}_{i,k_0}^*) \quad (4.31)$$

Erfüllen die Filterkoeffizienten $v_{i,m,k_0,l}$ Gleichung (4.27), so erhält man für den minimalen quadratischen Fehler $E \left\{ |H_{k_0,l} - \hat{H}_{i,k_0,l}|^2 \right\}$ Folgendes [30]:

$$E \left\{ |H_{k_0,l} - \hat{H}_{i,k_0,l}|^2 \right\} = J_{i,\min,k_0,l} = 1 - \mathbf{r}_{i,H\tilde{H}',l}^T \cdot \mathbf{R}_{i,\tilde{H}'\tilde{H}'}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{i,H\tilde{H}',l}^* \quad ; k_{\min} \leq k_0 \leq k_{\max} \quad (4.32)$$

4.2 Konvergenzverhalten der iterativen Schleife

Für die Untersuchungen der Vorgänge in einer iterativen Schleife hat sich das Extrinsic Information Transfer Diagramm (EXIT-Diagramm) etabliert [52, 53, 54, 55, 56]. Das EXIT-Diagramm veranschaulicht den Austausch der Information zwischen den beiden Komponenten der iterativen Schleife. Dieses Diagramm wird nun auf die Kanalschätzung mit iterativer Filterung und Decodierung angewendet.

4.2.1 Transinformationsdiagramm

Innere Komponente

In Bild 4.5 ist die innere Komponente der iterativen Schleife mit dem Soft-Demapper, dem Soft-Mapper und der symbolbasierten Kanalschätzung dargestellt.

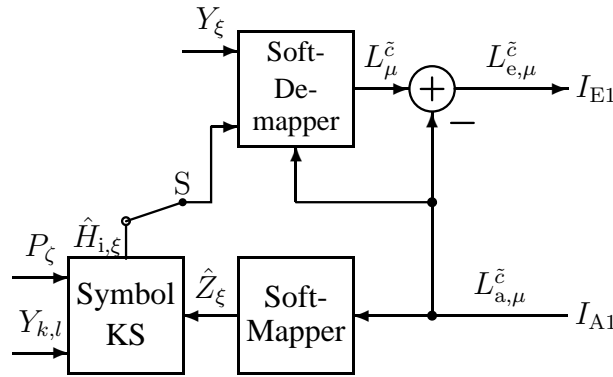


Bild 4.5: Innere Komponente der iterativen Schleife

Zur Aufnahme der charakteristischen Transinformationskurve dieser Komponente werden *a priori*-L-Werte $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ mit einer Gaußschen Wahrscheinlichkeitsdichte entsprechend [53, 54] verwendet. Da es sich bei der Aufnahme des EXIT-Diagramms um eine Monte-Carlo-Simulation handelt, werden zwei resultierende Wahrscheinlichkeitsdichten, eine für die übertragenen Bits $\tilde{c}_\mu = 1$ und die andere für die übertragenen Bits $\tilde{c}_\mu = 0$, in einem Block von K Unterträgern und L_B OFDM-Symbolen benutzt. Damit bestimmt sich die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte der L-Werte $L_a^{\tilde{c}}$ entsprechend [53, 54] zu:

$$p_{L_a^{\tilde{c}}|\tilde{c}}(\varepsilon|\tilde{c}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{A1}} \cdot e^{-\frac{(\varepsilon - \sigma_{A1}^2 \cdot (2 \cdot \tilde{c} - 1)/2)^2}{2\sigma_{A1}^2}} \quad \text{mit } \tilde{c} \in \{0, 1\} \quad (4.33)$$

Um den Informationsgehalt des *a priori*-Wissens zu messen, wird die Transinformation I_{A1} zwischen den Bits \tilde{c} und den *a priori*-L-Werten $L_a^{\tilde{c}}$ mit Hilfe von Gleichung (4.33) berechnet [52, 53, 54, 55].

$$I_{A1} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{\tilde{c}=0,1} \int_{-\infty}^{\infty} p_{L_a^{\tilde{c}}|\tilde{c}}(\varepsilon|\tilde{c}) \cdot \text{ld} \left(\frac{2 \cdot p_{L_a^{\tilde{c}}|\tilde{c}}(\varepsilon|\tilde{c})}{p_{L_a^{\tilde{c}}|\tilde{c}}(\varepsilon|0) + p_{L_a^{\tilde{c}}|\tilde{c}}(\varepsilon|1)} \right) d\varepsilon \quad (4.34)$$

Aus Gleichung (4.34) folgt mit Gleichung (4.33):

$$I_{A1}(\sigma_{A1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{A1}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\varepsilon - \sigma_{A1}^2/2)^2}{2\sigma_{A1}^2}} \cdot (1 - \text{ld}(1 + e^{-\varepsilon})) d\varepsilon \quad (4.35)$$

Für die Bestimmung der Transinformation I_{E1} wird der Informationsgehalt der extrinsischen L-Werte $L_{e,\mu}^{\tilde{c}}$ ausgewertet. Dazu werden mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation die zwei resultierenden bedingten Wahrscheinlichkeitsdichten $p_{L_{\tilde{e}}|\tilde{c}}(\varepsilon|0)$ und $p_{L_{\tilde{e}}|\tilde{c}}(\varepsilon|1)$ eines Blockes mit K Unterträgern und L_B OFDM-Symbolen gemessen. Unter Verwendung dieser beiden Wahrscheinlichkeitsdichten berechnet sich die Transinformation I_{E1} analog zu Gleichung (4.34).

$$I_{E1} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{\tilde{c}=0,1} \int_{-\infty}^{\infty} p_{L_{\tilde{e}}|\tilde{c}}(\varepsilon|\tilde{c}) \cdot \text{ld} \left(\frac{2 \cdot p_{L_{\tilde{e}}|\tilde{c}}(\varepsilon|\tilde{c})}{p_{L_{\tilde{e}}|\tilde{c}}(\varepsilon|0) + p_{L_{\tilde{e}}|\tilde{c}}(\varepsilon|1)} \right) d\varepsilon \quad (4.36)$$

Damit lässt sich die Transinformation I_{E1} als Funktion der Transinformation I_{A1} und dem E_b/N_0 -Wert darstellen, um die charakteristische Transinformationskurve der inneren Komponente zu erhalten [52, 53, 54, 55].

$$I_{E1} = T_1(I_{A1}, E_b/N_0) \quad (4.37)$$

Die Abhängigkeit der charakteristischen Transinformationskurve vom E_b/N_0 -Wert beruht darauf, dass der Soft-Demapper das Empfangssignal Y_{ξ} für die Berechnung der L-Werte $L_{\mu}^{\tilde{c}}$ verwendet [52, 53, 54, 55].

In Bild 4.6 sind charakteristische Transinformationskurven der inneren Komponente für einen Block von $K = 1001$ Unterträgern und $L_B = 101$ OFDM-Symbolen dargestellt. In den diesem Bild zugrundeliegenden Monte-Carlo-Simulationen ist E_b/N_0 variiert worden. Für die Simulationen sind die Unterträger mit dem QPSK-Verfahren moduliert worden. Als Mapping ist das Gray-Mapping nach Gleichung (2.78) verwendet worden. Der Unterträgerabstand beträgt $f_U = 4000$ Hz. Die gesamte Dauer eines OFDM-Symbols ist $T_S = 312.5 \mu\text{s}$. Damit ergibt sich eine Schutzintervalldauer von $T_G = 62.5 \mu\text{s}$. Diese Parameter der Mehrträgermodulation OFDM sind ähnlich zu DVB-T [2]. Der Abstand der Pilotöne ist sowohl für die Frequenzrichtung als auch für die Zeitrichtung zu $D_f = D_t = 10$ gewählt worden. Die Anzahl an Schätzwerten P_i, Q_i für die symbolbasierte Kanalschätzung beträgt $P_i = Q_i = 10$. Die Simulationsparameter für den Übertragungskanal sind eine maximale Dopplerfrequenz von $f_{D_{\max}} = 100$ Hz und eine maximale Verzögerung von $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$. Für die Monte-Carlo-Simulation des Kanals sind $L = 200$ Pfade in Gleichung (2.27) verwendet worden.

Entsprechend Bild 4.5 wird die pilotbasierte Kanalschätzung für die Aufnahme der charakteristischen Transinformationskurve der inneren Komponente nicht benötigt. Jedoch wird die pilotbasierte Kanalschätzung noch eine wichtige Rolle für den Startpunkt der Iterationschleife spielen. Auf diesen wichtigen Punkt wird in Kapitel 4.2.2 bei der Betrachtung von Trajektorien im EXIT-Diagramm ausführlich eingegangen [52, 53, 54, 55].

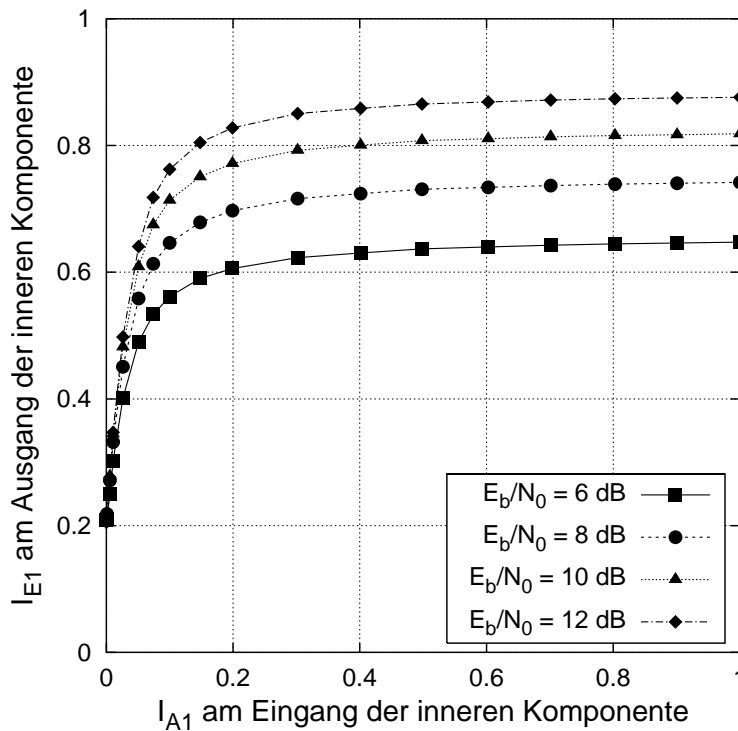


Bild 4.6: Charakteristische Transformationskurve der inneren Komponente für verschiedene Werte von E_b/N_0

In Bild 4.6 ist zu erkennen, dass I_{E1} mit steigendem E_b/N_0 zunimmt. Damit wird die Leistungsfähigkeit des Empfängers mit steigendem E_b/N_0 wie erwartet verbessert. Nur wenn kein *a priori*-Wissen vorhanden ist, also für $I_{A1} = 0$, ist diese Tendenz nicht gegeben. Dies ist damit zu erklären, dass die Filterkoeffizienten unter der Annahme von perfektem *a priori*-Wissen, also $I_{A1} = 1$, berechnet worden sind. Jedoch wird der linke Teil der charakteristischen Transformationskurven, d.h. der Bereich um $I_{A1} = 0$, für die Iterationsschleife mit dem äußeren Decodierer nicht von großem Interesse sein. Dieser Aspekt wird in Kapitel 4.2.2 bei der Betrachtung des EXIT-Diagramms noch genauer erläutert werden. Darüberhinaus ist Bild 4.6 zu entnehmen, dass die Zunahme von I_{E1} ab $I_{A1} \geq 0,4$ gering ist. Dadurch werden wenige Iterationsdurchläufe notwendig sein, um die optimale Leistungsfähigkeit des Empfängers näherungsweise zu erreichen.

In Bild 4.7 sind die charakteristischen Transformationskurven der inneren Komponente für verschiedene Werte von P_i und Q_i bei $E_b/N_0 = 10$ dB aufgetragen. Die übrigen Simulationsparameter sind beibehalten worden. Durch die Variation von P_i und Q_i lässt sich vor allem im Hinblick auf die Iterationsschleife der Einfluss der Güte der Schätzmethode auf die Leistungsfähigkeit des Empfängers untersuchen. Je größer P_i und Q_i gewählt werden, desto geringer wird der mittlere quadratische Schätzfehler $J_{i,\min,k_0,l}$ nach Gleichung (4.32).

Bild 4.7 zeigt, dass I_{E1} wie erwartet mit der Erhöhung von P_i und Q_i ansteigt. Sehr interessant ist, dass alle Kurven für perfektes *a priori*-Wissen, also $I_{A1} = 1$, nahezu im selben Punkt enden. Dadurch könnte für alle in Bild 4.7 verwendeten Werte von P_i und Q_i die gleiche Leistungsfähigkeit des Empfängers erzielt werden. Jedoch würden für den Fall von $P_i = Q_i = 4$ mehr Iterationsdurchläufe notwendig sein, da diese Kurve für $I_{A1} \leq 0,5$

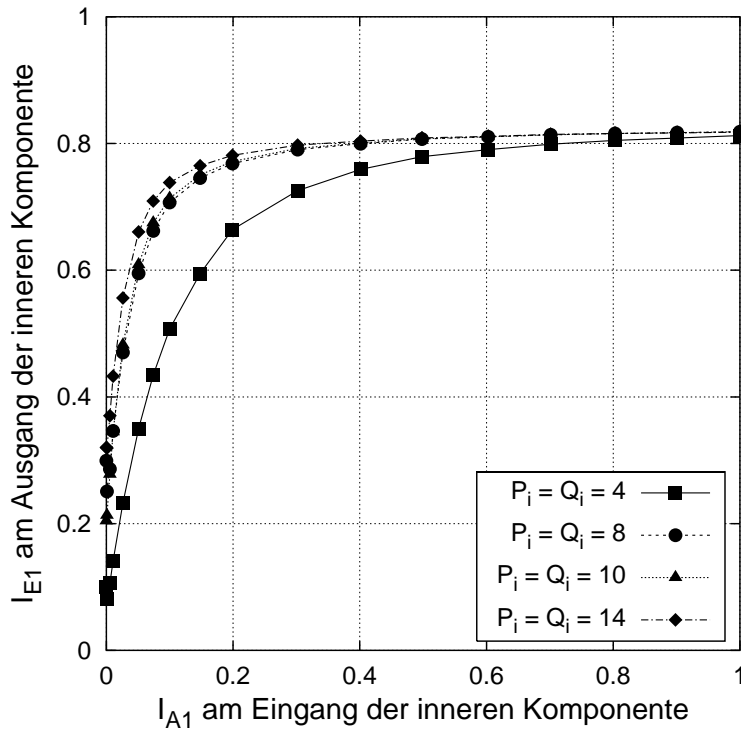


Bild 4.7: Charakteristische Transinformatiionskurve der inneren Komponente für verschiedene Werte von P_i und Q_i bei $E_b/N_0 = 10$ dB

deutlich unterhalb der anderen Kurven verläuft. Im Weiteren werden für die symbolbasierte Kanalschätzung die Werte $P_i = Q_i = 10$ verwendet.

Bei Verwendung der Iterationschleife dieses Empfängers kann auch die Frage nach dem Mapping interessant werden. In [18, 19] ist gezeigt worden, dass mit Anti-Gray-Mapping bei Verwendung des Demappers als innere Komponente in einer seriellen Verknüpfung mit einem äußeren Decodierer nach ein paar Iterationsdurchläufen eine geringere Bitfehlerhäufigkeit erzielt wird als mit Gray-Mapping. Da hier die Iterationsschleife dazu verwendet wird, die Kanalschätzung zu verbessern, können damit gleichzeitig auch die Vorzüge eines Anti-Gray-Mappings ausgenutzt werden. Für den Fall des Anti-Gray-Mappings ergibt sich die Mapping-Funktion $f_{\text{ag,map},2}$ zu:

$$\begin{aligned}
 f_{\text{ag,map},2}(0, 0) &= -1 - j \\
 f_{\text{ag,map},2}(1, 0) &= -1 + j \\
 f_{\text{ag,map},2}(0, 1) &= +1 + j \\
 f_{\text{ag,map},2}(1, 1) &= +1 - j
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

In Bild 4.8 sind die charakteristischen Transinformatiionskurven für Gray- und Anti-Gray-Mapping bei $E_b/N_0 = 10$ dB dargestellt. Die Simulationsparameter sind entsprechend den Bildern 4.6 und 4.7 mit $P_i = Q_i = 10$ beibehalten worden.

Es zeigt sich, dass die Kurve für Anti-Gray-Mapping im Bereich $I_{A1} \leq 0,6$ wie erwartet

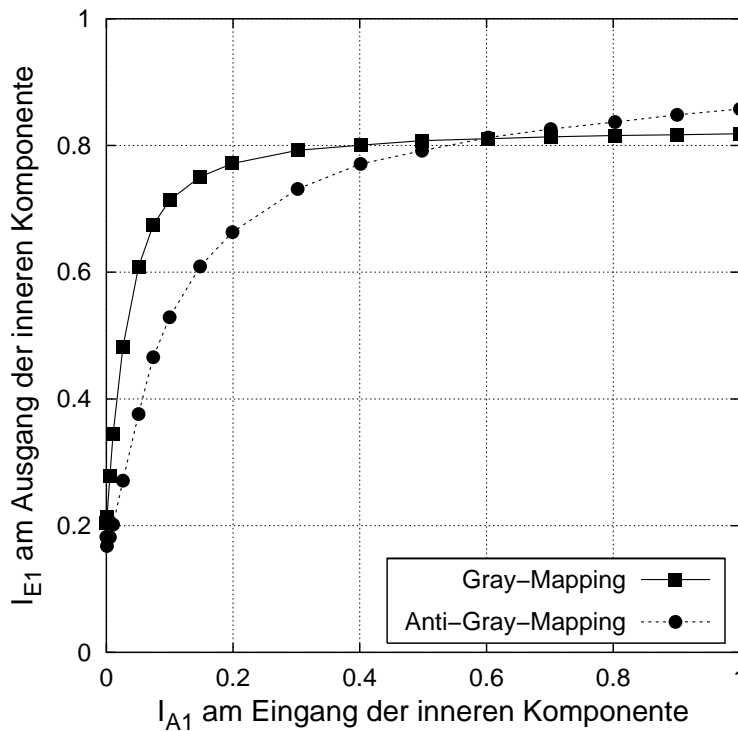


Bild 4.8: Charakteristische Transinformativskurve der inneren Komponente für Gray- und Anti-Gray-Mapping bei $E_b/N_0 = 10$ dB ($P_i = Q_i = 10$)

tiefer verläuft als die Kurve für Gray-Mapping. Dadurch wird für wenige Iterationsdurchläufe bei Gray-Mapping eine geringere Bitfehlerhäufigkeit als bei Anti-Gray-Mapping erreicht [18, 19]. Aber ab $I_{A1} > 0,6$ verläuft die Kurve für Anti-Gray-Mapping oberhalb derer für Gray-Mapping, d. h. durch Erhöhung der Iterationsdurchläufe kann mit Anti-Gray-Mapping eine bessere Leistungsfähigkeit des Empfängers als mit Gray-Mapping erzielt werden.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Leistungsfähigkeit dieses Empfängers in Abhängigkeit den Kanalparametern $f_{D_{max}}$ und τ_{max} . In Kapitel 3 ist gezeigt worden, dass die Leistungsfähigkeit des Empfängers mit der pilotbasierten Kanalschätzung allein von den Kanalparametern $f_{D_{max}}$ und τ_{max} abhängig ist. Das Kriterium, das dabei eine Rolle spielt, ist das zweidimensionale Abtasttheorem der Kanalübertragungsfunktion, dessen Erfüllung durch die Pilotanordnung festgelegt wird. Wenn der Empfänger mit iterativer Filterung und Decodierung diese ausgeprägte Abhängigkeit von den Kanalparametern $f_{D_{max}}$ und τ_{max} nicht besitzt, wäre er in einem größeren Bereich robuster gegenüber Schwankungen der Kanalparameter als der Empfänger mit der pilotbasierten Kanalschätzung allein. In diesem Fall wäre das zweidimensionale Abtasttheorem der Kanalübertragungsfunktion kein ausschließliches Kriterium zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Empfängers mit iterativer Filterung und Decodierung. Damit wäre für die Planung eines OFDM-Systems die Festlegung der Pilotabstände nicht mehr zwingend an dieses zweidimensionale Abtasttheorem gebunden. Auch könnten die Pilotabstände größer gewählt werden, um somit die spektrale Effizienz des OFDM-Systems zu erhöhen.

Bild 4.9 zeigt die charakteristischen Transinformativskurven der inneren Komponente für verschiedene Werte von $f_{D_{max}}$ bei $E_b/N_0 = 10$ dB für Gray-Mapping. Die übrigen Si-

mulationsparameter sind nicht verändert worden. Die maximale Verzögerung beträgt somit $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$.

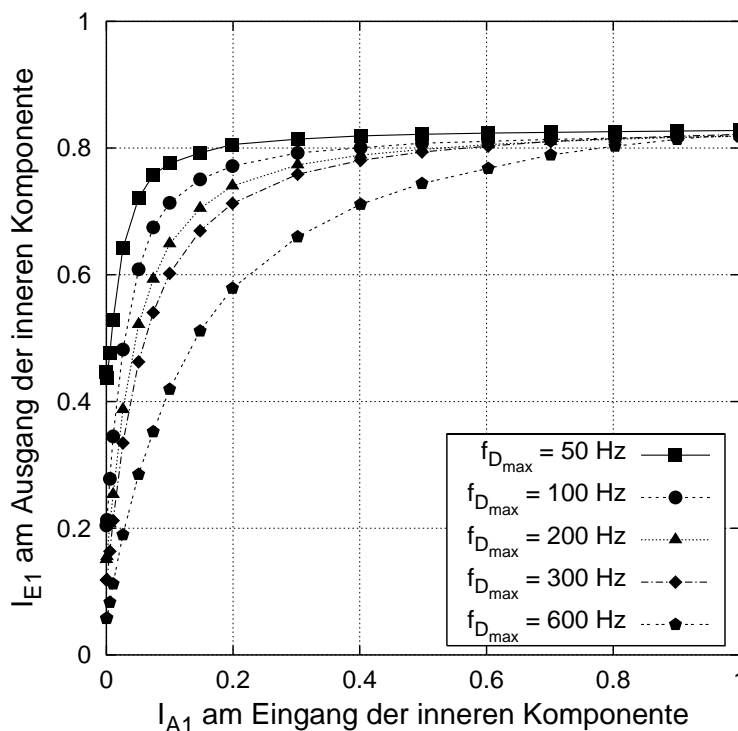


Bild 4.9: Charakteristische Transinformatiionskurve der inneren Komponente für verschiedene maximale Dopplerfrequenzen $f_{D_{\max}}$ bei $E_b/N_0 = 10$ dB ($P_i = Q_i = 10$, $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$)

Aus Bild 4.9 ist zu erkennen, dass die Kurven umso höher verlaufen je niedriger die maximale Dopplerfrequenz $f_{D_{\max}}$ ist. Damit ist die Leistungsfähigkeit des Empfängers für niedrige maximale Dopplerfrequenzen besser als für hohe. Jedoch ist interessant, dass alle Kurven in Bild 4.9 für perfektes *a priori*-Wissen nahezu im gleichen Punkt zusammenlaufen. Damit zeigt dieser Empfänger keine auffällige Abhängigkeit von dem Kanalparameter $f_{D_{\max}}$. Die Frage ist nur, ob der äußere Decodierer nach ein paar Iterationsschleifen perfektes *a priori*-Wissen für die innere Komponente bei allen maximalen Dopplerfrequenzen $f_{D_{\max}}$ liefern kann. Dieser Sachverhalt wird mit Hilfe des EXIT-Diagramms in Kapitel 4.2.2 geklärt.

In Bild 4.10 sind die charakteristischen Transinformatiionskurven der inneren Komponente für verschiedene Werte von τ_{\max} bei $E_b/N_0 = 10$ dB dargestellt. Es ist wiederum Gray-Mapping verwendet worden. Die maximale Dopplerfrequenz beträgt $f_{D_{\max}} = 200$ Hz. Alle weiteren Simulationsparameter sind unverändert beibehalten worden.

Entsprechend zu Bild 4.9 ist auch in Bild 4.10 die Tendenz sichtbar, dass die Kurven umso höher verlaufen je niedriger die maximale Verzögerung τ_{\max} ist. Damit wird die Bitfehlerhäufigkeit bei kleinen maximalen Verzögerungen niedriger als bei höheren maximalen Verzögerungen sein. Auch in diesem Fall ist festzustellen, dass alle Kurven für perfektes *a priori*-Wissen nahezu im selben Punkt enden. Dadurch zeigt sich auch keine Abhängigkeit vom Kanalparameter τ_{\max} . Jedoch wird diesem Sachverhalt unter Verwendung des EXIT-Diagramms noch ausführlicher nachgegangen.

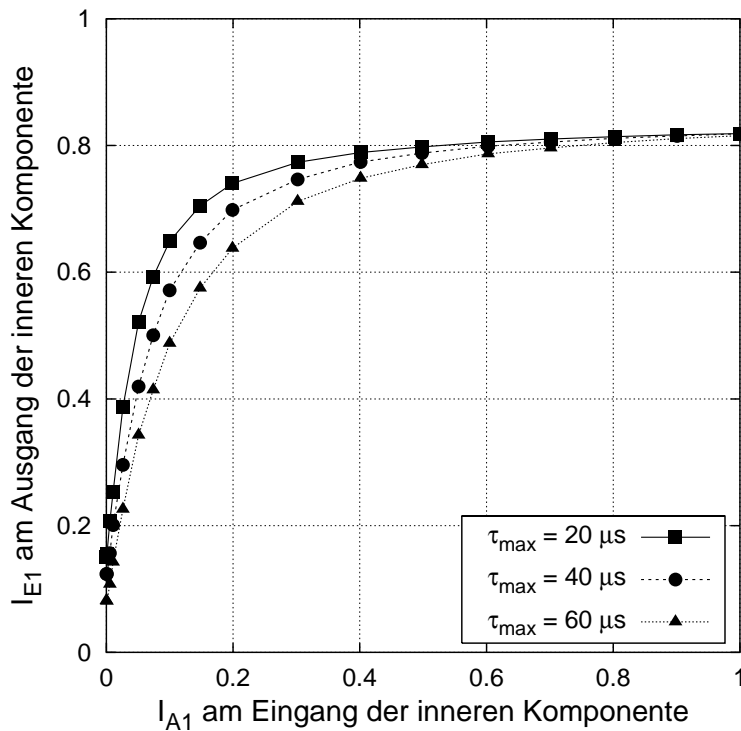


Bild 4.10: Charakteristische Transformationskurve der inneren Komponente für verschiedene maximale Verzögerungen τ_{max} bei $E_b/N_0 = 10$ dB ($f_{D_{max}} = 200$ Hz, $P_i = Q_i = 10$)

Äußere Komponente

Entsprechend der inneren Komponente der iterativen Schleife lassen sich charakteristische Transformationskurven für die äußere Komponente, den Decodierer, aufnehmen. In Bild 4.11 ist die äußere Komponente der iterativen Schleife dargestellt.

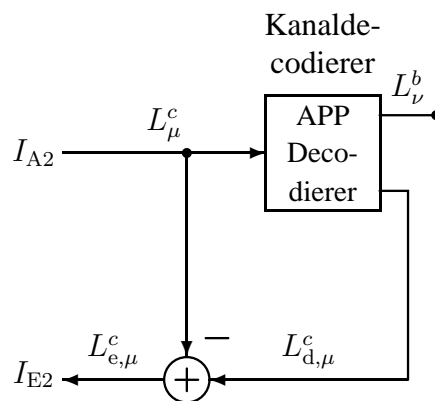


Bild 4.11: Äußere Komponente der iterativen Schleife

Zur Aufnahme der charakteristischen Transformationskurve dieser Komponente werden

L-Werte L_μ^c mit einer Gaußschen Wahrscheinlichkeitsdichte verwendet³. Es werden zwei resultierende Wahrscheinlichkeitsdichten, eine für die übertragenen Bits $c_\mu = 1$ und die andere für die übertragenen Bits $c_\mu = 0$, in einem Block von K Unterträgern und L_B OFDM-Symbolen benützt. Die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte der L-Werte L^c bestimmt sich zu:

$$p_{L^c|c}(\varepsilon|c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{A2}} \cdot e^{-\frac{(\varepsilon - \sigma_{A2}^2 \cdot (2 \cdot c - 1)/2)^2}{2\sigma_{A2}^2}} \quad \text{mit } c \in \{0, 1\} \quad (4.39)$$

Die Transinformation I_{A2} zwischen den Bits c und den L-Werten L^c berechnet sich zu:

$$I_{A2} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{c=0,1} \int_{-\infty}^{\infty} p_{L^c|c}(\varepsilon|c) \cdot \text{ld} \left(\frac{2 \cdot p_{L^c|c}(\varepsilon|c)}{p_{L^c|c}(\varepsilon|0) + p_{L^c|c}(\varepsilon|1)} \right) d\varepsilon \quad (4.40)$$

Aus Gleichung (4.40) folgt mit Gleichung (4.39):

$$I_{A2}(\sigma_{A2}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{A2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\varepsilon - \sigma_{A2}^2/2)^2}{2\sigma_{A2}^2}} \cdot (1 - \text{ld}(1 + e^{-\varepsilon})) d\varepsilon \quad (4.41)$$

Die Transinformation I_{E2} bestimmt sich aus dem Informationsgehalt der extrinsischen L-Werte $L_{e,\mu}^c$ und den Bits c . Zur Berechnung dieser Transinformation werden die zwei resultierenden bedingten Wahrscheinlichkeitsdichten $p_{L_{e|c}^c}(\varepsilon|0)$ und $p_{L_{e|c}^c}(\varepsilon|1)$ eines Blockes mit K Unterträgern und L_B OFDM-Symbolen benötigt. Diese bedingten Wahrscheinlichkeiten werden wiederum aus Monte-Carlo-Simulationen gewonnen. Unter Verwendung dieser beiden Wahrscheinlichkeitsdichten berechnet sich die Transinformation I_{E2} analog zu Gleichung (4.40).

$$I_{E2} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{c=0,1} \int_{-\infty}^{\infty} p_{L_{e|c}^c}(\varepsilon|c) \cdot \text{ld} \left(\frac{2 \cdot p_{L_{e|c}^c}(\varepsilon|c)}{p_{L_{e|c}^c}(\varepsilon|0) + p_{L_{e|c}^c}(\varepsilon|1)} \right) d\varepsilon \quad (4.42)$$

Damit lässt sich die Transinformation I_{E2} als Funktion der Transinformation I_{A2} darstellen, um die charakteristische Transinformationskurve der äußeren Komponente zu erhalten [54].

$$I_{E2} = T_2(I_{A2}) \quad (4.43)$$

Die charakteristischen Transinformationskurven für zwei Codierer der Rate 1/2 mit unterschiedlich vielen Speichern sind in Bild 4.12 dargestellt. Der eine Codierer ist der aus Kapitel 3 mit $s = 4$ Speichern und der Bezeichnung ($s = 4; G_r = 037, G = 023$). Der andere Codierer hat *einen* Speicher und ist beschrieben durch ($s = 1; G_r = 03, G = 02$). Die Achsen

³Durch die Übertragung über einen Rayleigh-Kanal werden die L-Werte L_μ^c nicht gaußverteilt sein [55]. Jedoch wird die Annahme einer Gaußverteilung eine ausreichende Genauigkeit für die Betrachtung der Iterationsschleife liefern, wie es in Kapitel 4.2.2 anhand des EXIT-Diagramms gezeigt wird.

bei der Darstellung der charakteristischen Transinformativskurven der äußeren Komponente sind gegenüber den Kurven der inneren Komponente vertauscht. Die Transinformation I_{A2} am Eingang der äußeren Komponente ist auf der Ordinate und I_{E2} auf der Abszisse aufgetragen. Das Vertauschen der Achsen ist sinnvoll, um später im EXIT-Diagramm den Austausch der Information zwischen den beiden Komponenten zu veranschaulichen.

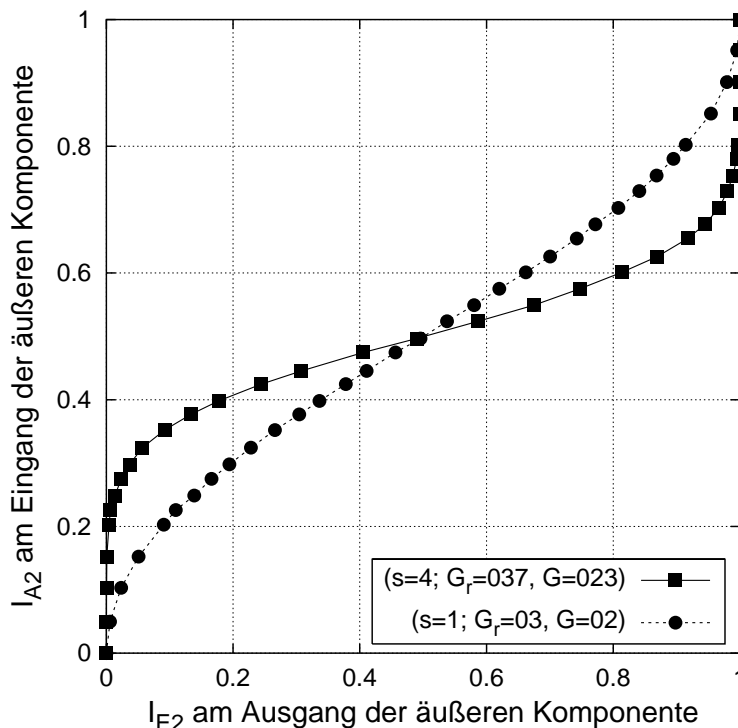


Bild 4.12: Charakteristische Transinformativskurve der äußeren Komponente für verschiedene Codierer bei der Rate 1/2

Bild 4.12 zeigt, dass die Kurve für den Codierer ($s = 4; G_r = 037, G = 023$) ab $I_{A2} \geq 0,5$ eine größere Transinformation I_{E2} am Ausgang liefert als die Kurve für den Codierer ($s = 1; G_r = 03, G = 02$). Für $I_{A2} < 0,5$ ist dieser Sachverhalt gerade umgekehrt. Dies bedeutet, dass bei einer Empfängerstruktur ohne Iterationsschleife das System mit dem Codierer ($s = 4; G_r = 037, G = 023$) ab einem gewissen Signal-zu-Rauschabstand zu einer geringeren Bitfehlerhäufigkeit führt als das System mit dem Codierer ($s = 1; G_r = 03, G = 02$). Wie erwartet, führt also der Codierer mit der größeren Anzahl an Speichern zu einer geringeren Bitfehlerhäufigkeit.

4.2.2 EXIT-Diagramm

Das EXIT-Diagramm zeigt den Informationsaustausch zwischen der inneren und der äußeren Komponente der Iterationsschleife. Die Transinformation I_{E1} am Ausgang der inneren Komponente wird zur Transinformation I_{A2} am Eingang der äußeren Komponente, da der Deinterleaver zwischen dem Ausgang der inneren Komponente und dem Eingang der äußeren Komponente keine Änderung der Transinformation bewirkt. Entsprechend dazu geht die

Transinformation I_{E2} am Ausgang der äußeren Komponente in die Transinformation I_{A1} am Eingang der inneren Komponente über. Durch diese Zusammenhänge der Transformationen ist nun auch die Vertauschung der Achsen bei den Transformationskurven der äußeren Komponente offensichtlich, um den Austausch der Information der beiden Komponenten in einem Diagramm darzustellen. Im EXIT-Diagramm lässt sich das Zusammenwirken der beiden Komponenten anschaulich analysieren. Mit Hilfe des EXIT-Diagramms wird nun der Empfänger in Bild 4.1 untersucht. Von Interesse werden dabei vor allem die Fälle sein, bei denen das in Kapitel 3 eingeführte zweidimensionale Abtasttheorem für die pilotbasierte Kanalschätzung verletzt ist. Für den Empfänger aus Kapitel 3 führt diese Verletzung zu einem drastischen Anstieg der Bitfehlerhäufigkeit. Für den Empfänger aus Kapitel 3 muss dieses zweidimensionale Abtasttheorem erfüllt sein, um eine Datenübertragung mit gewünschter Qualität zu ermöglichen. Andererseits nimmt die spektrale Effizienz des Übertragungssystems mit steigender Pilottonanzahl ab.

Bild 4.13 zeigt das EXIT-Diagramm des iterativen Empfängers für einen Block von $K = 1001$ Unterträgern und $L_B = 101$ OFDM-Symbolen bei $E_b/N_0 = 10$ dB. Es sind die gleichen Simulationsparameter wie in Kapitel 4.2.1, Bild 4.6 verwendet worden. Das System benützt den Codierer ($s = 4; G_r = 037, G = 023$) entsprechend Kapitel 3. Für die pilotbasierte Kanalschätzung ist die Anzahl der Stützstellen zu $P = Q = 5$ gewählt worden. Die charakteristischen Transformationskurven der beiden Komponenten der Iterationsschleife sind aus den Bildern 4.6 und 4.12 übernommen worden.

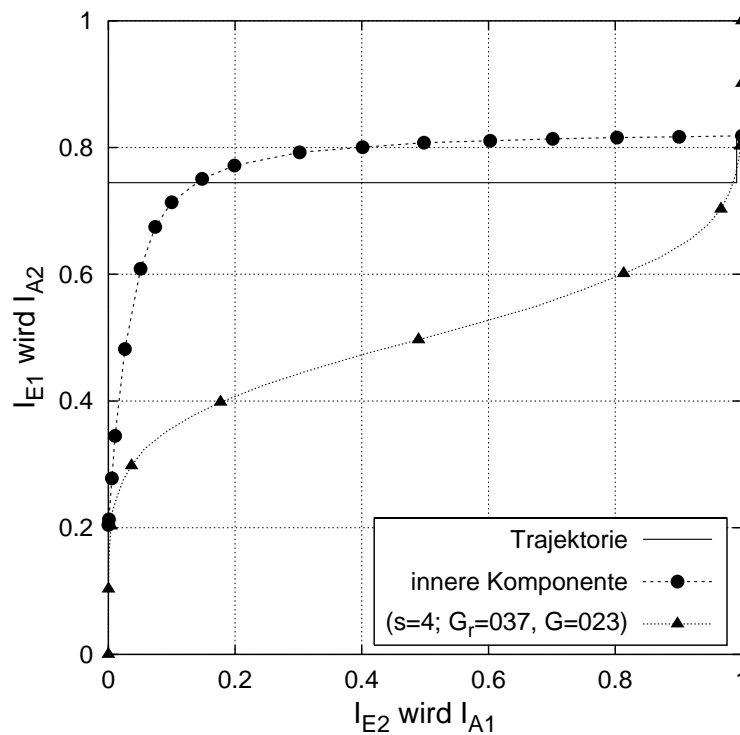


Bild 4.13: EXIT-Diagramm des iterativen Empfängers bei $E_b/N_0 = 10$ dB ($\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$, $f_{D_{\max}} = 100$ Hz)

Die Trajektorie in Bild 4.13 ist ein Simulationsergebnis der Iterationsschleife des Empfängers in Bild 4.1, während die charakteristischen Transformationskurven der beiden Kom-

ponenten individuell entsprechend Kapitel 4.2.1 bestimmt worden sind. Der Startpunkt der Trajektorie liegt nicht auf der charakteristischen Transinformativskurve der inneren Komponente, da der Schalter S in Bild 4.1 sich zuerst in der oberen Position befindet. Dadurch wird zuerst die pilotbasierte Kanalschätzung mit dem sich anschließenden Soft-Demapper ausgeführt. Durch diese beiden Blöcke wird der Startpunkt bei $I_{A1} = I_{E2} = 0$ der Trajektorie bestimmt. In Bild 4.13 befindet sich dieser Punkt bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) = (0; 0, 74)$. Den beiden Blöcken und dem Deinterleaver folgt die APP-Decodierung entsprechend dem Empfänger in Bild 4.1. Der Vorgang bis dahin ist analog zum Empfänger aus Kapitel 3 und wird als nullter Iterationsdurchlauf oder nullte Iteration bezeichnet. Nach der APP-Decodierung wird der Schalter S in die untere Position gelegt, und der erste Iterationsdurchlauf kann beginnen. Ab diesem Zeitpunkt passt die erhaltene Trajektorie ziemlich gut mit den charakteristischen Transinformativskurven zusammen. Die Trajektorie bleibt im Schnittpunkt der beiden charakteristischen Transinformativskurven stecken. In Bild 4.13 ist dies nach einer Iteration der Fall. Durch die Iterationsschleife wird die Leistungsfähigkeit des iterativen Empfängers gesteigert. Dadurch wird der Empfänger aus Bild 4.1 nach einer Iteration eine geringere Bitfehlerhäufigkeit aufweisen als ohne Iterationsdurchlauf, was dem Empfänger aus Kapitel 3 entspricht.

In Bild 4.14 sind die EXIT-Diagramme des iterativen Empfängers bei $E_b/N_0 = 8$ dB und $E_b/N_0 = 12$ dB dargestellt. Die übrigen Simulationsparameter aus Bild 4.13 sind beibehalten worden.

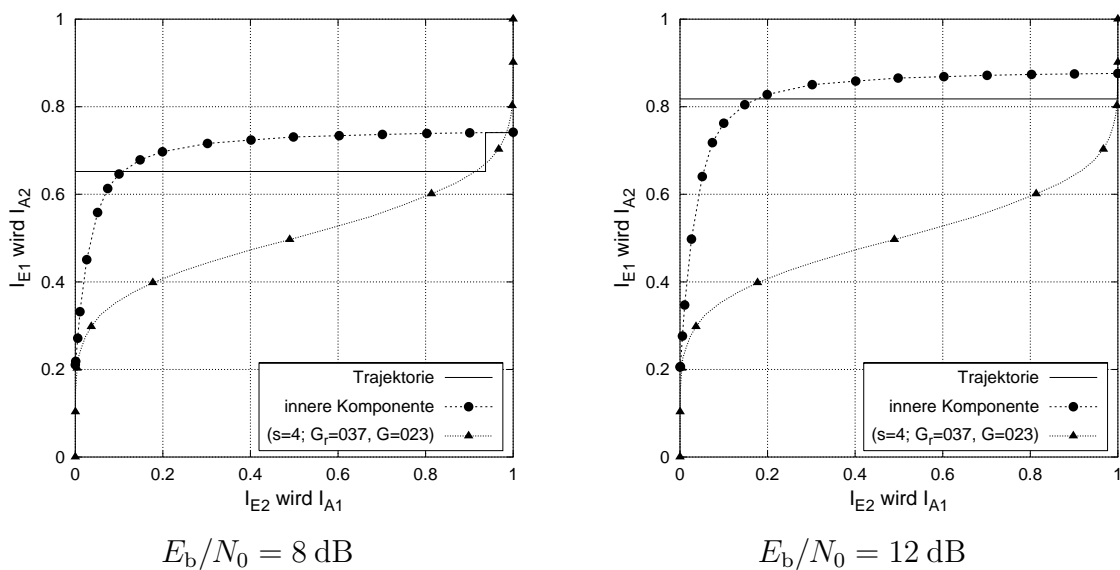


Bild 4.14: EXIT-Diagramme des iterativen Empfängers bei $E_b/N_0 = 8$ dB und $E_b/N_0 = 12$ dB ($\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$, $f_{D_{\max}} = 100$ Hz)

In Bild 4.14 ist zu erkennen, dass die Trajektorie mit steigendem E_b/N_0 wie erwartet höher beginnt, da der Schätzfehler der Kanalübertragungskoeffizienten bei der pilotbasierten Kanalschätzung mit steigendem E_b/N_0 abnimmt. Darüberhinaus ist der Schnittpunkt der charakteristischen Transinformativskurven umso näher am Punkt $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) = (1; 1)$ je größer E_b/N_0 ist. Dadurch wird mit steigendem E_b/N_0 die Bitfehlerhäufigkeit verringert.

Bild 4.15 zeigt die EXIT-Diagramme für Gray- und Anti-Gray-Mapping.

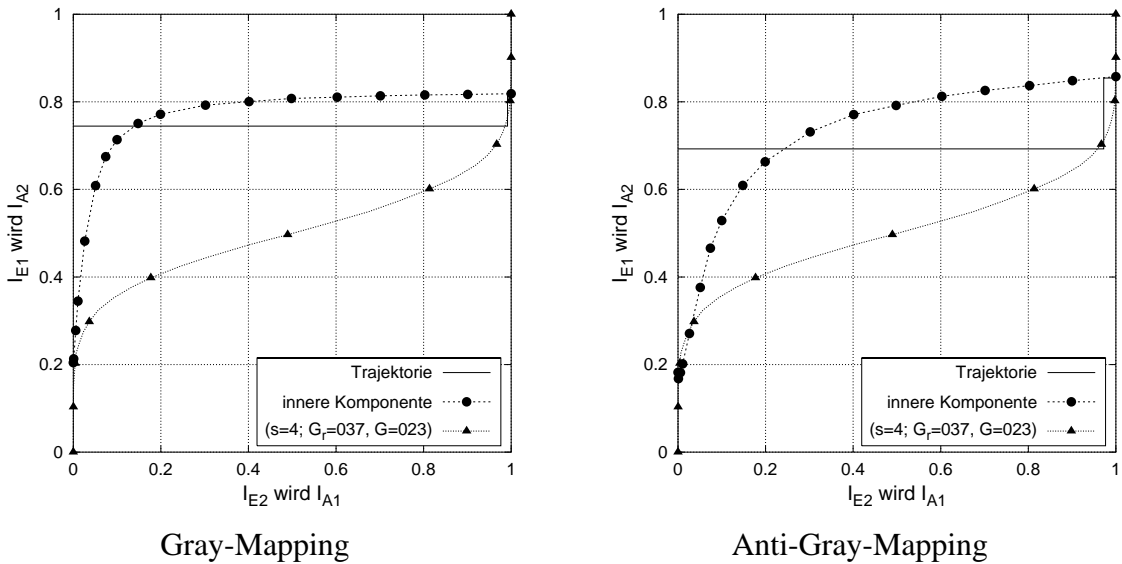


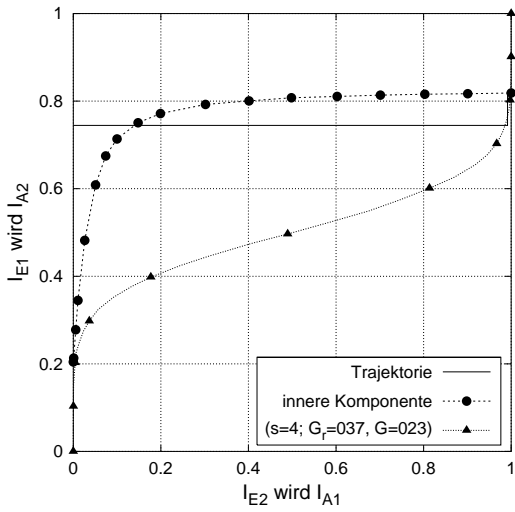
Bild 4.15: EXIT-Diagramme des iterativen Empfängers für Gray- und Anti-Gray-Mapping bei $E_b/N_0 = 10$ dB ($\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$, $f_{D_{\max}} = 100$ Hz)

Die Trajektorie startet bei Anti-Gray-Mapping tiefer als bei Gray-Mapping. Aber der Endpunkt der Trajektorie liegt bei Anti-Gray-Mapping näher bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) = (1; 1)$ als bei Gray-Mapping. Damit wird bei Verwendung von Anti-Gray-Mapping und der Iterationsschleife die Bitfehlerhäufigkeit geringer als bei Gray-Mapping. Für die nachfolgenden Simulationen der EXIT-Diagramme wird ausschließlich das weiter verbreitete Gray-Mapping verwendet, z. B. [2].

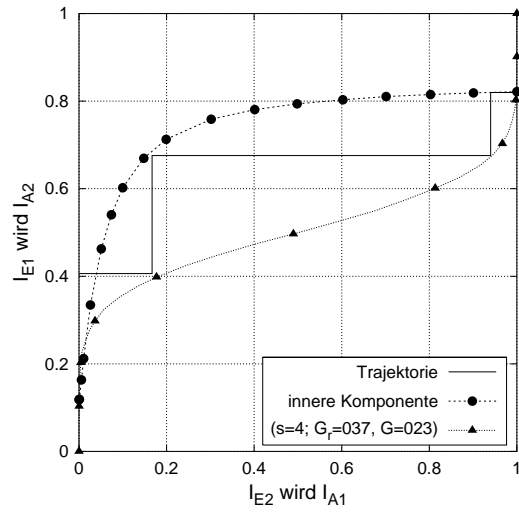
In Bild 4.16 sind die EXIT-Diagramme für unterschiedliche maximale Dopplerfrequenzen $f_{D_{\max}}$ gegenübergestellt. Die maximale Verzögerung τ_{\max} beträgt $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$.

Es ist zu erkennen, dass die Trajektorie für den Fall $f_{D_{\max}} = 300$ Hz deutlich niedriger beginnt als die Trajektorie für den Fall $f_{D_{\max}} = 100$ Hz. Dieser niedrige Beginn der Trajektorie ist durch die pilotbasierte Kanalschätzung zu erklären. Sie ist von dem in Kapitel 3 eingeführten zweidimensionalen Abtasttheorem der Kanalübertragungsfunktion abhängig. Bei einer maximalen Dopplerfrequenz von $f_{D_{\max}} = 300$ Hz ist für die verwendeten Simulationsparameter das zweidimensionale Abtasttheorem für die pilotbasierte Kanalschätzung entsprechend Gleichung (3.58) nicht mehr erfüllt. Deswegen liefert die pilotbasierte Kanalschätzung schlechte Schätzwerte der Kanalübertragungskoeffizienten. Dadurch ist schließlich die Transinformation am Ausgang des Soft-Demappers gering. Jedoch kann der iterative Empfänger diesen niedrigen Beginn durch die Iterationsschleife verbessern, so dass die Trajektorie nach zwei Iterationen auf der rechten Seite des Diagramms am Schnittpunkt der charakteristischen Transinformationskurven endet. Damit wird auch bei einer maximalen Dopplerfrequenz von $f_{D_{\max}} = 300$ Hz bei Verwendung der Iterationsschleife eine geringe Bitfehlerhäufigkeit erreicht.

In Bild 4.17 ist das EXIT-Diagramm für $f_{D_{\max}} = 600$ Hz dargestellt.



$$f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$$



$$f_{D_{\max}} = 300 \text{ Hz}$$

Bild 4.16: EXIT-Diagramme des iterativen Empfängers für $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ und $f_{D_{\max}} = 300 \text{ Hz}$ bei $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$ ($\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$)

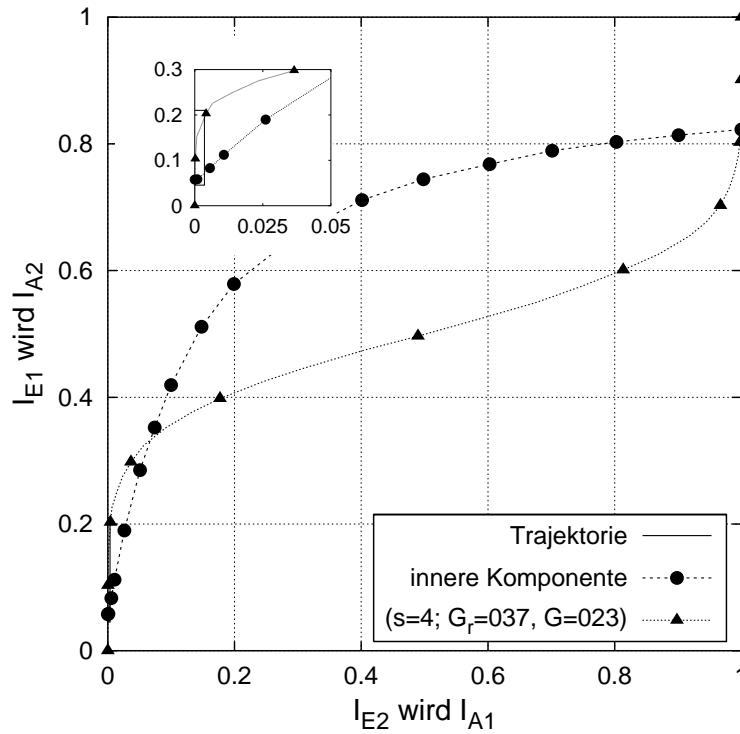


Bild 4.17: EXIT-Diagramm des iterativen Empfängers für $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ bei $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$ ($\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$)

In Bild 4.17 fällt auf, dass die charakteristischen Transformationskurven drei Schnittpunkte bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) \approx (0; 0,05)$, bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) \approx (0,07; 0,32)$ und bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) \approx (1; 0,81)$ haben. Aufgrund der pilotbasierten Kanalschätzung

startet die Trajektorie bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) \approx (0; 0, 21)$. Da sich dieser Punkt unterhalb des zweiten Schnittpunktes $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) \approx (0, 07; 0, 32)$ der Transformationskurven befindet, konvergiert die Trajektorie in diesem Fall zum linken Schnittpunkt $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) \approx (0; 0, 05)$ der charakteristischen Transformationskurven, wie es in dem vergrößerten Ausschnitt in Bild 4.17 dargestellt ist. Dadurch wird in diesem Fall auch bei Verwendung der Iterationsschleife keine geringe Bitfehlerhäufigkeit erzielt.

Aus Gleichung (3.58) ist zu entnehmen, dass das zweidimensionale Abtasttheorem für die pilotbasierte Kanalschätzung bei den verwendeten Simulationsparametern für $\tau_{\max} > 25 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} > 160 \text{ Hz}$ verletzt wird. Bild 4.18 zeigt die EXIT-Diagramme für $\tau_{\max} = 40 \mu\text{s}$ und $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$. Die maximale Dopplerfrequenz beträgt in beiden Fällen $f_{D_{\max}} = 200 \text{ Hz}$. Somit ist das zweidimensionale Abtasttheorem in beiden Fällen sowohl in Frequenz- als auch in Zeitrichtung verletzt.

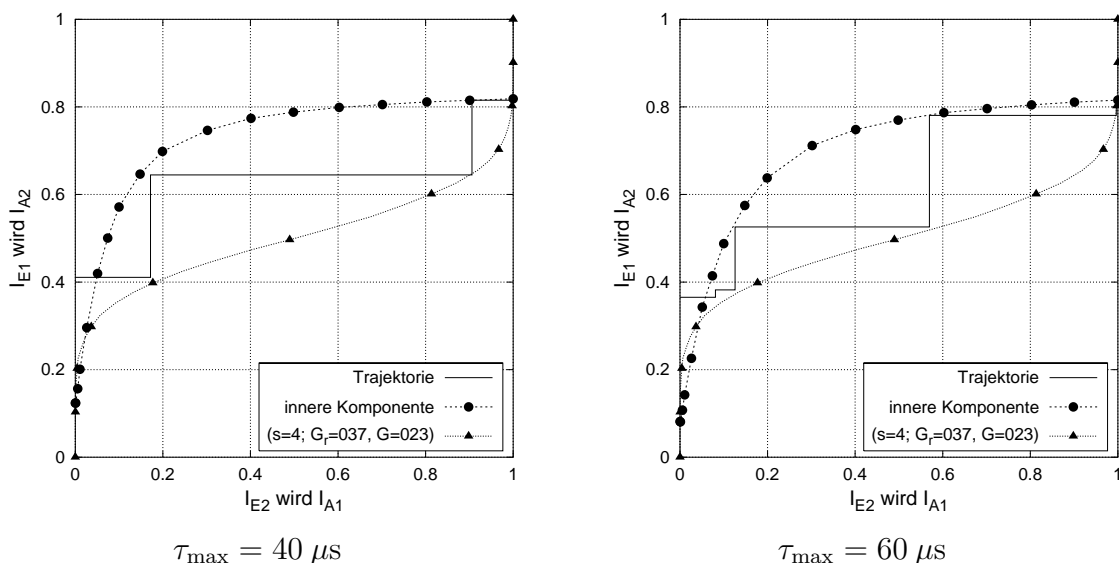


Bild 4.18: EXIT-Diagramme des iterativen Empfängers für $\tau_{\max} = 40 \mu\text{s}$ und $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$ bei $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$ ($f_{D_{\max}} = 200 \text{ Hz}$)

In beiden Fällen können die Trajektorien, trotz ihres niedrigen Startpunktes, den Schnittpunkt der charakteristischen Transformationskurven bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) \approx (1; 0, 8)$ erreichen. Im Fall $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$ werden vier Iterationen benötigt, um den Schnittpunkt zu erreichen, im Fall $\tau_{\max} = 40 \mu\text{s}$ nur zwei Iterationen. Jedoch kann in beiden Fällen mit Hilfe der Iterationsschleife eine geringe Bitfehlerhäufigkeit erzielt werden, obwohl das zweidimensionale Abtasttheorem sowohl in Frequenz- als auch in Zeitrichtung verletzt ist.

Der Empfänger mit iterativer Filterung und Decodierung kann also die Kanalübertragungskoeffizienten auch bei Verletzung des in Kapitel 3 eingeführten zweidimensionalen Abtasttheorems schätzen. Um die Kanalübertragungskoeffizienten in der benötigten Güte zu schätzen, muss die Iterationsschleife verwendet werden. Ist die Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems sehr groß, wie im Fall für $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ in Bild 4.17, kann auch der iterative Empfänger den schlechten Beginn der pilotbasierten Kanalschätzung nicht mehr verbessern. Der Grund dafür ist, dass die charakteristischen Transformationskurven im EXIT-Diagramm drei Schnittpunkte haben, und der Beginn der Trajektorie unterhalb des mittleren

Schnittpunktes liegt. Die Frage ist, ob bei Verwendung eines anderen Codierers die Anzahl der Schnittpunkte auf zwei verringert werden kann, um somit auch bei $f_{D_{\max}} = 600$ Hz eine geringe Bitfehlerhäufigkeit zu erhalten.

In Bild 4.19 ist das EXIT-Diagramm für $f_{D_{\max}} = 600$ Hz bei Verwendung des Codierers ($s = 1; G_r = 03, G = 02$) dargestellt.

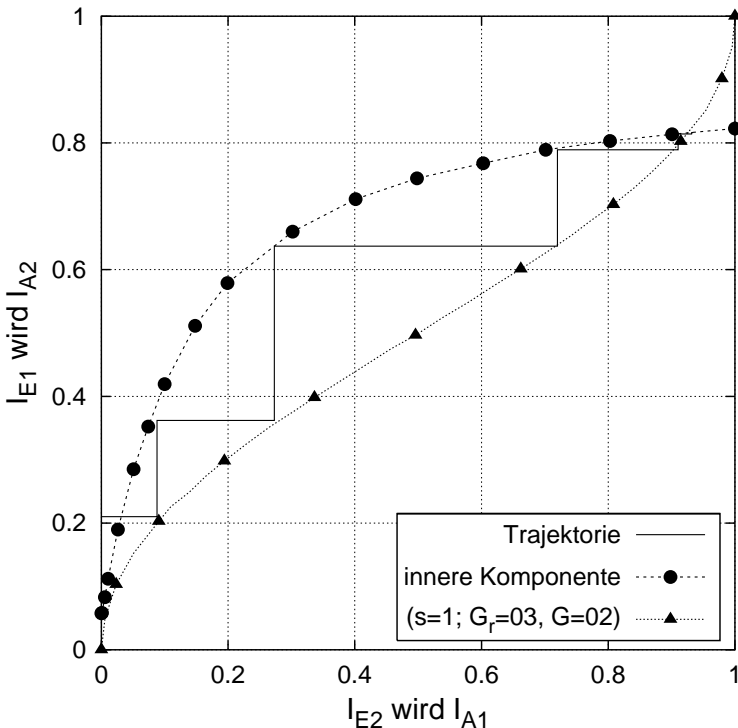


Bild 4.19: EXIT-Diagramm des iterativen Empfängers für das System mit dem Codierer ($s = 1; G_r = 03, G = 02$) für $f_{D_{\max}} = 600$ Hz bei $E_b/N_0 = 10$ dB ($\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$)

In diesem Fall schneiden sich die beiden charakteristischen Transformationskurven in zwei Punkten bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) \approx (0; 0, 05)$ und bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) \approx (0, 9; 0, 81)$. Dadurch kann die Trajektorie zum rechten Schnittpunkt konvergieren, um eine geringe Bitfehlerhäufigkeit zu erzielen. Somit kann der iterative Empfänger bei einem System mit dem Codierer ($s = 1; G_r = 03, G = 02$) auch im Fall $f_{D_{\max}} = 600$ Hz eine geringe Bitfehlerhäufigkeit erreichen. In den Fällen, in denen beide Codierer zu einer guten Leistungsfähigkeit führen, wird das System mit dem Codierer ($s = 1; G_r = 03, G = 02$) aufgrund der geringeren Speicheranzahl jedoch eine höhere Bitfehlerhäufigkeit als das System mit dem Codierer ($s = 4; G_r = 037, G = 023$) aufweisen.

4.3 Bitfehlerhäufigkeit

Zur Verifikation der erhaltenen Ergebnisse aus den in Kapitel 4.2.2 dargestellten EXIT-Diagrammen werden Bitfehlerhäufigkeitskurven betrachtet, da die EXIT-Diagramme sich nur auf einen Block von $K = 1001$ Unterträgern und $L_B = 101$ OFDM-Symbolen beziehen.

Die Simulationsparameter werden entsprechend den EXIT-Diagrammen aus Kapitel 4.2.2 gewählt.

In Bild 4.20 ist die Bitfehlerhäufigkeit für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ nach verschiedenen Iterationen dargestellt. Die dazugehörigen EXIT-Diagramme sind in den Bildern 4.13 und 4.14 abgebildet. Bild 4.20 zeigt zusätzlich noch die Kurve für einen Empfänger mit idealer Kanalschätzung. In diesem Fall sind dem Empfänger die Kanalübertragungskoeffizienten $H_{k,l}$ bekannt, so dass der mittlere quadratische Schätzfehler $J_{\min,k,l}$ zu Null wird.

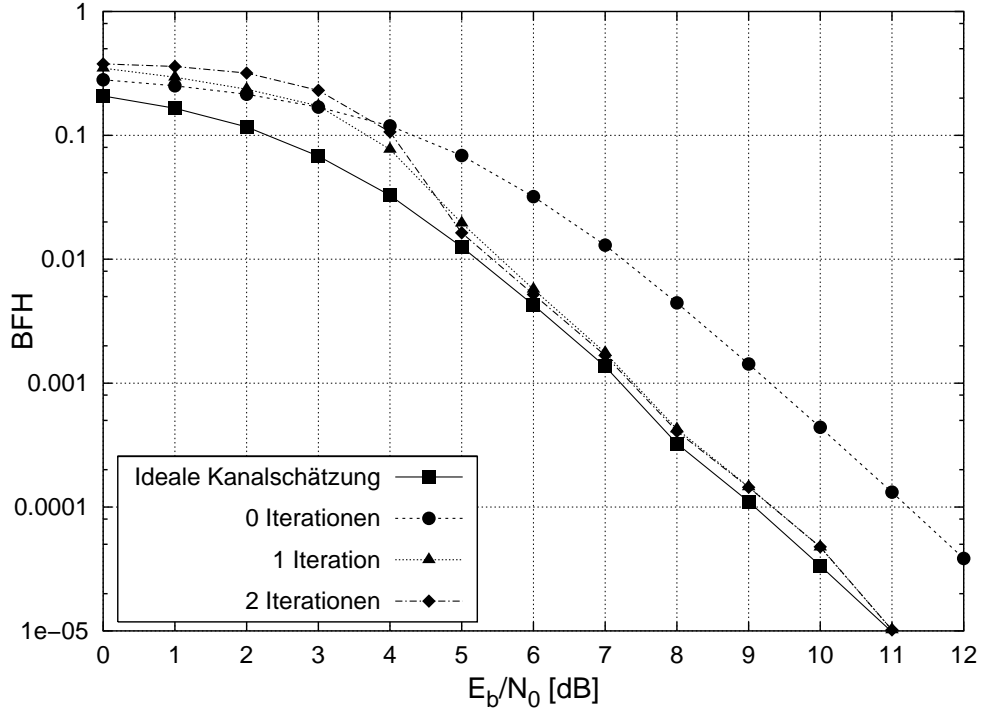


Bild 4.20: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ nach verschiedenen Iterationsdurchläufen

Aus Bild 4.20 ist zu entnehmen, dass die Bitfehlerhäufigkeit mit steigender Anzahl an Iterationen abnimmt. Der Unterschied der beiden Kurven für eine Iteration und zwei Iterationen ist sehr gering, so dass in diesem Fall ein Iterationsdurchlauf ausreichend ist. Dieses Ergebnis steht im Einklang zu den Ergebnissen aus den Bildern 4.13 und 4.14. Der Gewinn durch die Verwendung der Iterationsschleife beträgt bei einer Bitfehlerhäufigkeit von 10^{-4} ca. 2 dB. Außerdem ist festzustellen, dass durch die Verwendung der Iterationsschleife die Leistungsfähigkeit des iterativen Empfängers sehr nahe an die Leistungsfähigkeit des Empfängers mit idealer Kanalschätzung herankommt. Der Unterschied zwischen den Kurven nach ein oder zwei Iterationen und der Kurve bei idealer Kanalschätzung ist für $E_b/N_0 > 6 \text{ dB}$ weniger als 0,2 dB.

Bild 4.21 zeigt die Bitfehlerhäufigkeit bei Verwendung von Gray- und Anti-Gray-Mapping. Die Simulationsparameter sind entsprechend des EXIT-Diagramms aus Bild 4.15 gewählt worden.

Der Einsatz von Anti-Gray-Mapping führt, wie erwartet [18, 19], zu einer geringeren Bitfehlerhäufigkeit als der Einsatz von Gray-Mapping bei Verwendung der Iterationsschleife.

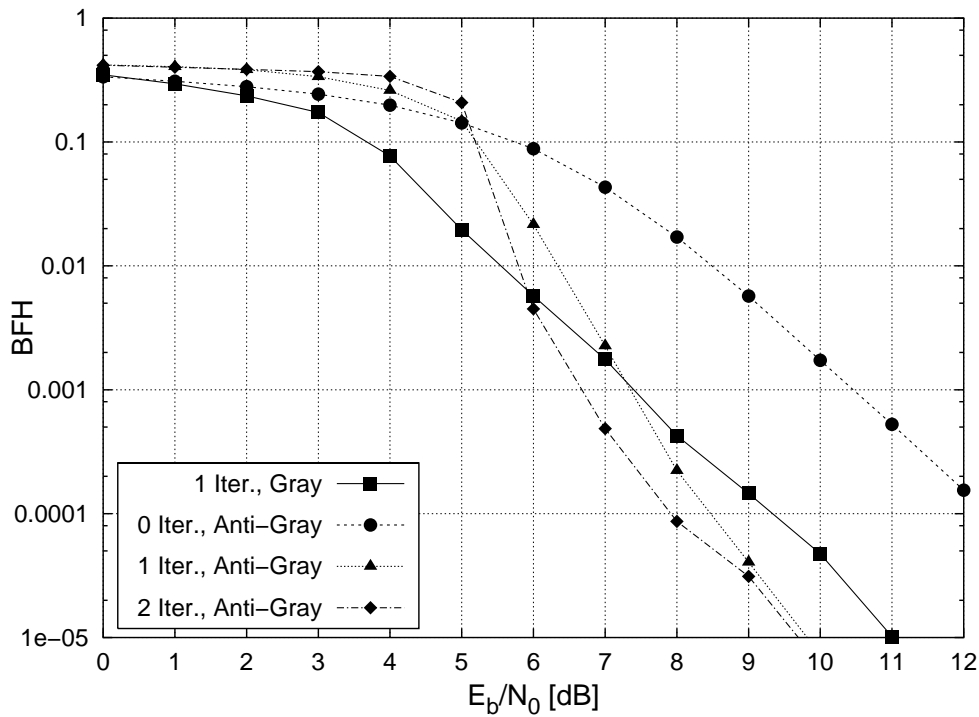


Bild 4.21: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ bei Verwendung von Gray- und Anti-Gray-Mapping

Schon bei einer Iteration weist das System mit Anti-Gray-Mapping für $E_b/N_0 > 7 \text{ dB}$ eine bessere Leistungsfähigkeit auf als das entsprechende System mit Gray-Mapping. Der Gewinn mit Anti-Gray-Mapping nach zwei Iterationen bei einer Bitfehlerhäufigkeit von 10^{-4} beträgt gegenüber dem System mit Gray-Mapping ca. 1,5 dB.

In Bild 4.22 ist die Bitfehlerhäufigkeit für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 300 \text{ Hz}$ nach verschiedenen Iterationen bei Verwendung von Gray-Mapping dargestellt. Das zugehörige EXIT-Diagramm ist in Bild 4.16 abgebildet.

Wird die Iterationsschleife in diesem Fall nicht verwendet, so erhält man das bekannte schlechtere Ergebnis aus Kapitel 3, da bei den gewählten Kanalparametern das zweidimensionale Abtasttheorem in Zeitrichtung verletzt ist. Jedoch kann in diesem Fall durch den Einsatz der Iterationsschleife die Leistungsfähigkeit des Empfängers drastisch gesteigert werden. Da der Unterschied zwischen der Kurve für zwei und der Kurve für drei Iterationen gering ist, reichen in diesem Fall zwei Iterationen aus. Dieses Ergebnis ist in Bild 4.16 prognostiziert worden.

Die Bitfehlerhäufigkeit bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems in Frequenz- und Zeitrichtung ist in Bild 4.23 für Gray-Mapping abgebildet. Entsprechend Bild 4.18 sind die Kanalparameter $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 200 \text{ Hz}$ ausgewählt worden. Wiederum ist die Anzahl der Iterationen variiert worden.

Auch in diesem Fall kann mit Hilfe der Iterationsschleife eine drastische Reduzierung der Bitfehlerhäufigkeit erzielt werden. Wie aus Bild 4.18 erwartet, sind vier Iterationen dazu notwendig.

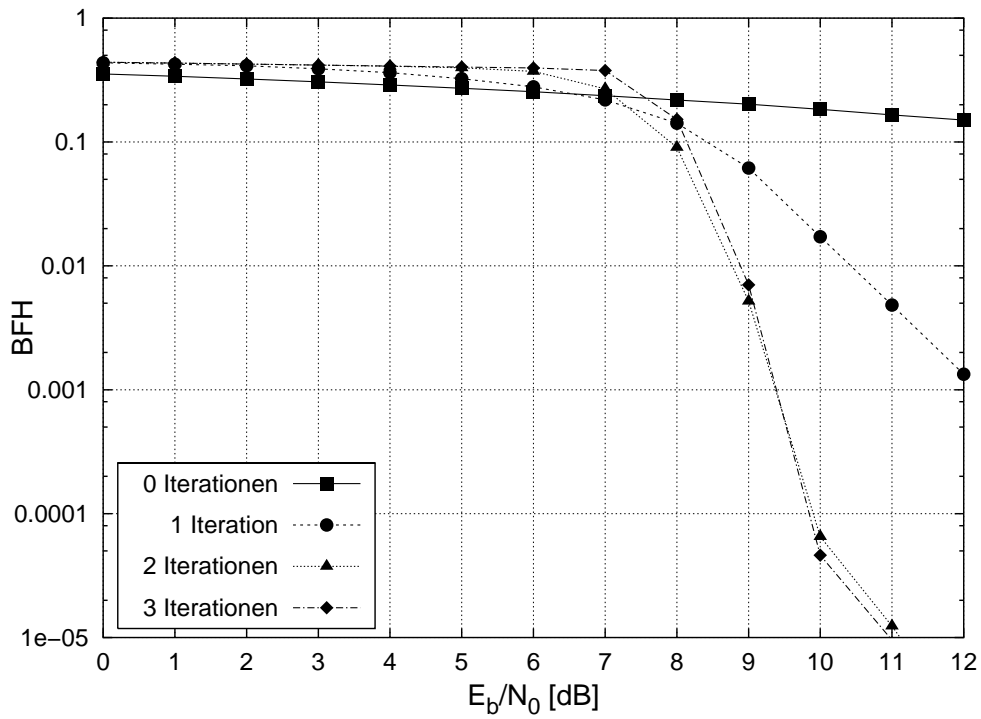


Bild 4.22: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 300 \text{ Hz}$ nach verschiedenen Iterationsdurchläufen

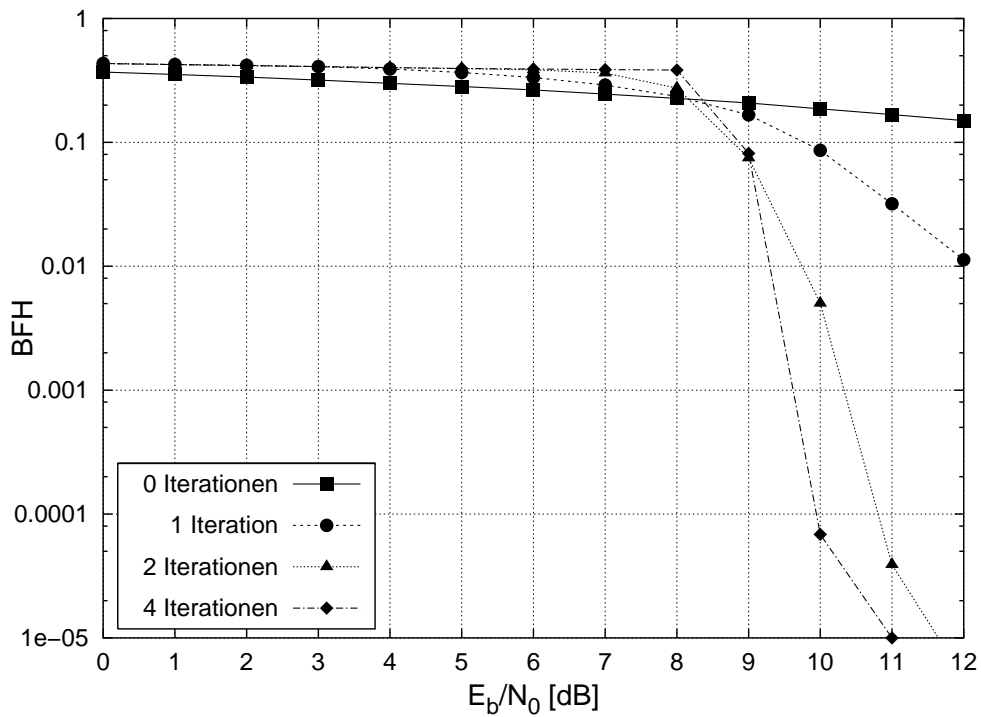


Bild 4.23: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 200 \text{ Hz}$ nach verschiedenen Iterationsdurchläufen

Die Abhängigkeit der Bitfehlerhäufigkeit vom verwendeten Codierer ist in Bild 4.24 für $f_{D_{\max}} = 100$ Hz und $f_{D_{\max}} = 600$ Hz bei Verwendung von Gray-Mapping dargestellt.

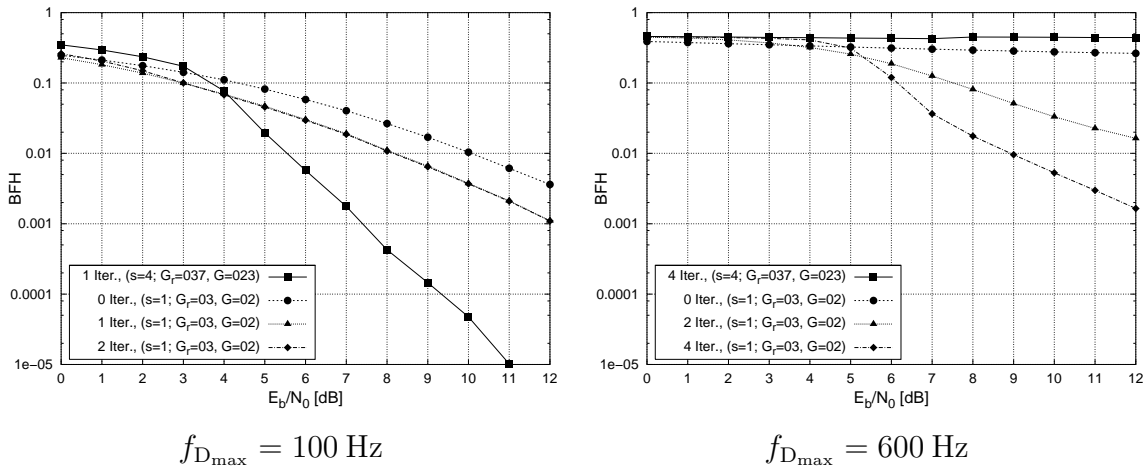


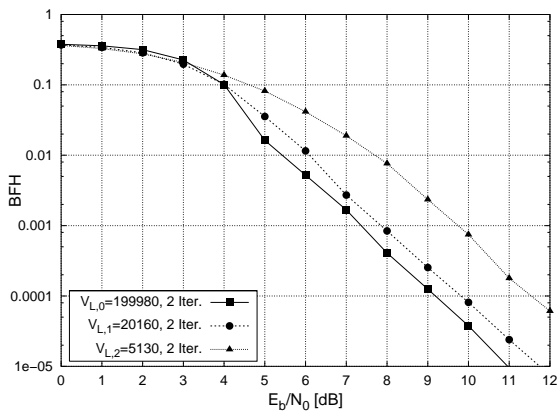
Bild 4.24: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $f_{D_{\max}} = 100$ Hz und $f_{D_{\max}} = 600$ Hz bei Verwendung verschiedener Codierer ($\tau_{\max} = 20 \mu s$)

Für den Fall $f_{D_{\max}} = 100$ Hz ist das System mit dem Codierer ($s = 4; G_r = 037, G = 023$) deutlich besser als das System mit dem Codierer ($s = 1; G_r = 03, G = 02$). Dies liegt an der höheren Speicheranzahl des Codierers ($s = 4; G_r = 037, G = 023$). Der Sachverhalt, dass das System mit dem Codierer ($s = 4; G_r = 037, G = 023$) besser ist, ändert sich für den Fall $f_{D_{\max}} = 600$ Hz. In diesem Fall führt das System mit dem Codierer ($s = 1; G_r = 03, G = 02$) zu einer geringeren Bitfehlerhäufigkeit. Dieses Ergebnis spiegeln die Bilder 4.17 und 4.19 wider.

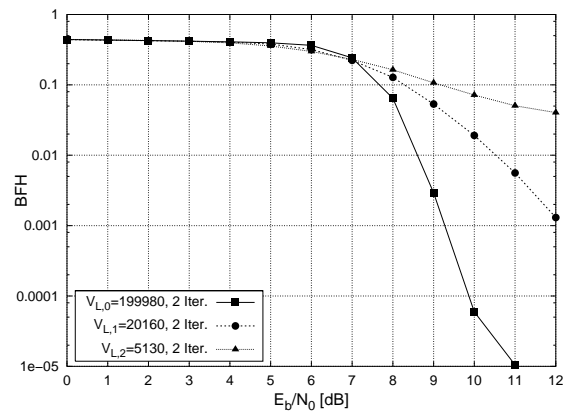
Bild 4.25 zeigt den Einfluss der Interleavergrößen auf die Bitfehlerhäufigkeit für $f_{D_{\max}} = 100$ Hz und $f_{D_{\max}} = 300$ Hz nach zwei Iterationen für Gray-Mapping. Die Interleavergrößen sind entsprechend Kapitel 3 Bild 3.12 gewählt worden. Das Erreichen dieser Interleavergrößen erfolgt durch die Änderung der Anzahl der Unterträger sowie der Anzahl der OFDM-Symbole in einem Block. Zusätzlich ist die Anzahl der Stützstellen für die pilotbasierte Kanalschätzung zu $P = Q = 6$ verändert worden.

Für den Fall $f_{D_{\max}} = 100$ Hz erhält man prinzipiell das gleiche Ergebnis wie in Bild 3.12. Die Bitfehlerhäufigkeit nimmt mit steigender Interleavergröße ab. Aufgrund der Verwendung der Iterationsschleife sind die Bitfehlerkurven in Bild 4.25 gegenüber den Kurven in Bild 3.12 um ca. 2 dB nach links verschoben. Die Tendenz, dass die Bitfehlerhäufigkeit mit steigender Interleavergröße abnimmt, ist auch für den Fall $f_{D_{\max}} = 300$ Hz gegeben. Jedoch sind die Bitfehlerhäufigkeiten für die Interleavergrößen $V_{L,1} = 20160$ und $V_{L,2} = 5130$ deutlich höher als die Bitfehlerhäufigkeit für die Interleavergröße $V_{L,0} = 199980$. Dies liegt daran, dass das zweidimensionale Abtasttheorem für den Fall $f_{D_{\max}} = 300$ Hz in Zeitrichtung verletzt ist. Aus Bild 4.25 ist zu erkennen, dass die Interleavergröße bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems einen starken Einfluss auf die Bitfehlerhäufigkeit hat.

Der Empfänger mit Kanalschätzung, basierend auf iterativer Filterung und Decodierung, kann den Kanal auch bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems unter Verwendung der Iterationsschleife schätzen. Dadurch wird auch in diesen Fällen eine gute Leis-



$$f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$$



$$f_{D_{\max}} = 300 \text{ Hz}$$

Bild 4.25: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $f_{D_{\max}} = 100\text{Hz}$ und $f_{D_{\max}} = 300\text{Hz}$ bei Verwendung verschiedener Interleaver ($P = Q = 6$, $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$)

tungsfähigkeit des Empfängers erzielt. Diese liegt sehr nahe bei der Leistungsfähigkeit eines Empfängers mit idealer Kanalschätzung. Ist die Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems hoch, wie es für $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ der Fall ist, muss jedoch der Kanalcodierer geeignet verändert werden, damit der Empfänger eine geringe Bitfehlerhäufigkeit erreichen kann. Darüberhinaus hat die Interleavergröße bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems einen starken Einfluss auf die Leistungsfähigkeit des Empfängers.

Kapitel 5

APP–Kanalschätzung

In Kapitel 4 ist der Empfänger mit Kanalschätzung, basierend auf iterativer Filterung und Decodierung, untersucht worden. Dieser Empfänger zeigte gegenüber dem Empfänger ohne Iterationsschleife aus Kapitel 3 deutliche Vorteile in den Fällen, in denen das zweidimensionale Abtasttheorem der Kanalübertragungsfunktion verletzt ist. Dennoch weist dieser iterative Empfänger eine Abhängigkeit von dem zweidimensionalen Abtasttheorem der Kanalübertragungsfunktion auf. Jedoch ist diese Abhängigkeit bei Weitem nicht mehr so ausgeprägt wie beim Empfänger aus Kapitel 3, wie anhand von Simulationen erörtert worden ist. In Kapitel 4 ist bei sehr hohen maximalen Dopplerfrequenzen eine Abhängigkeit vom zweidimensionalen Abtasttheorem der Kanalübertragungsfunktion aufgezeigt worden. Diese Abhängigkeit resultiert aus der Verwendung der pilotbasierten Kanalschätzung, die als Startwert in der Detektionsschleife benutzt wird. Um in diesen Fällen zu niedrigen Bitfehlerhäufigkeiten zu gelangen, musste der äußere Kanaldecodierer geeignet verändert werden.

Eine weitere Möglichkeit, um die Kanalübertragungskoeffizienten zu schätzen und gleichzeitig die Entzerrung vorzunehmen, ist in [22] erläutert worden. Dieses Verfahren, das Schätzung und Entzerrung kombiniert, ist anhand eines DPSK-Übertragungssystems mit Einträgermodulation vorgestellt worden. Die Übertragung erfolgt über einen nicht frequenzselektiven Kanal. Das Grundprinzip dieser APP-Schätzmethode ist der Aufbau eines erweiterten Trellises im Empfänger. Mit Hilfe des erweiterten Trellises werden die Schätzung der Kanalübertragungskoeffizienten und die Entzerrung gleichzeitig mittels des APP-Algorithmus durchgeführt. Dazu werden sowohl die Kontinuität des nicht frequenzselektiven Kanals als auch das begrenzte Symbolalphabet der Sendesymbole ausgenutzt. Diese Methode zur Schätzung und Detektion lässt sich in eine serielle Verknüpfung mit dem äußeren Kanaldecodierer einbetten, um mit Hilfe der Iterationsschleife die Leistungsfähigkeit des Empfängers sukzessive zu verbessern [22].

Das Grundprinzip des in [22] vorgestellten Verfahrens wird in diesem Kapitel auf ein OFDM-Übertragungssystem mit kohärenter Modulation erweitert. Dazu wird ein zweidimensionaler APP-Kanalschätzer verwendet, der sich aus dem Zusammenschluss zweier eindimensionaler APP-Kanalschätzer ergibt. Dieser zweidimensionale APP-Kanalschätzer wird analog zu [22] in einer seriellen Verkettung mit dem äußeren Kanaldecodierer betrieben. Entsprechend Kapitel 4 wird das Verhalten dieser APP-Kanalschätzung bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems der Kanalübertragungsfunktion von besonderem Interesse sein.

5.1 Übertragungssystem

Da die Struktur des Senders in den Kapiteln 3 und 4 unverändert bleibt, genügt es an dieser Stelle, die Empfängerstruktur mit der APP-Kanalschätzung ausführlich zu betrachten. Die Empfängerstruktur mit APP-Kanalschätzung enthält ebenso wie der Empfänger aus Kapitel 4 eine Iterationsschleife.

5.1.1 Empfängerstruktur mit APP-Kanalschätzung

Bild 5.1 zeigt den Empfänger mit APP-Kanalschätzung.

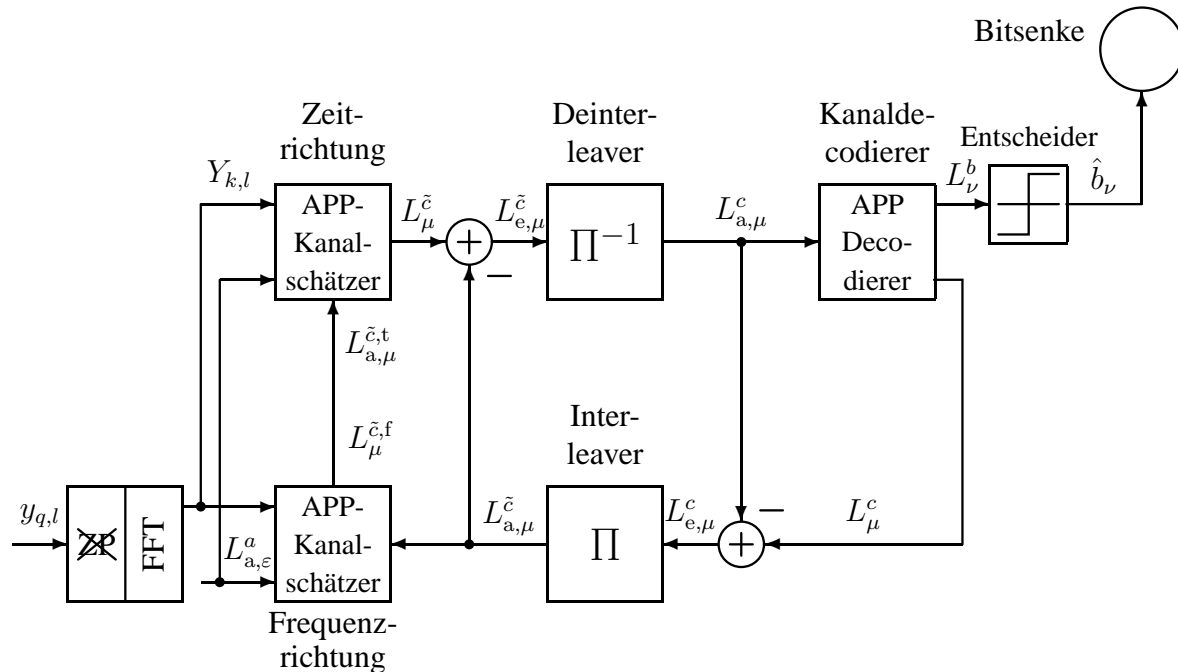


Bild 5.1: Empfänger mit APP-Kanalschätzung

Die zweidimensionale APP-Kanalschätzung beinhaltet zwei eindimensionale APP-Kanalschätzer, die in die Frequenz- und Zeitrichtung aufgeteilt sind. Der zweidimensionale APP-Kanalschätzer nimmt an seinen Eingängen die Empfangssymbole $Y_{k,l}$, die L-Werte $L_{a,\epsilon}^a$ der Pilotbits a_ϵ und das *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$, das vom Kanaldecoder zurückgeschickt wird, auf. An seinem Ausgang liefert der zweidimensionale APP-Kanalschätzer L-Werte $L_{\mu}^{\tilde{c}}$ der gesendeten codierten Bits \tilde{c} . Damit erfolgt durch die APP-Kanalschätzung die Schätzung der Kanalübertragungskoeffizienten und das Soft-Demapping gleichzeitig. Nach Abzug des *a priori*-Wissens $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ werden die L-Werte $L_{e,\mu}^{\tilde{c}}$ dem Deinterleaver zugeführt, bevor die Decodierung im APP-Kanaldecoder erfolgt. Iterative Kanalschätzung und Decodierung werden dadurch erhalten, dass die extrinsische Information $L_{e,\mu}^c$ der codierten Bits c entsprechend Kapitel 4 zurückgeschickt wird. Nach dem Interleaver wird diese Information *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ für die Kanalschätzeinheit. Dadurch wird die Iterationsschleife geschlossen.

5.1.2 APP-Schätzmethode

Für die APP-Kanalschätzung wird der Symbol-by-Symbol APP-Algorithmus entsprechend [23] mit einer geeignet gewählten Metrik verwendet. Im Empfänger wird dazu ein erweiterter Trellis aufgebaut [22]. Für den Trellis werden die zu sendenden Symbole $X_{k,l}$ am Ausgang des Multiplexers in Bild 3.1 gedanklich in ein virtuelles Schieberegister in Frequenzrichtung für jedes OFDM-Symbol und in Zeitrichtung für jeden Unterträger geschoben. In Bild 5.2 ist diese künstliche Gruppierung für den Trellisaufbau in Frequenzrichtung für das OFDM-Symbol zum Zeitpunkt l_0 dargestellt. Durch diese Gruppierung nützt der Trellis die Kontinuität der Kanalübertragungsfunktion in Frequenz- oder Zeitrichtung je nach Schätzer aus.

APP-Schätzung in Frequenzrichtung

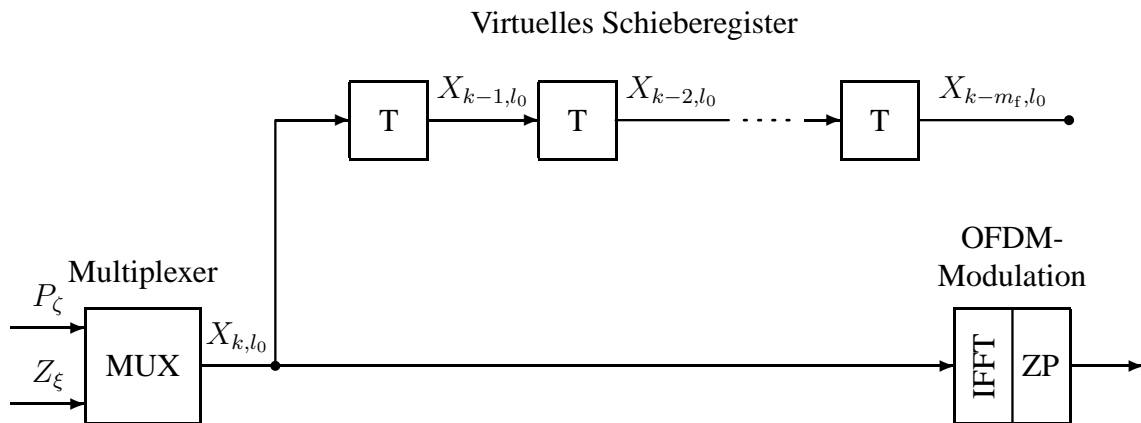


Bild 5.2: Virtuelles Schieberegister beim Sender

Das Metrik-Inkrement des APP-Kanalschätzers in Frequenzrichtung zur diskreten Frequenz k für das OFDM-Symbol zum Zeitpunkt l_0 mit $l_{\min} \leq l_0 \leq l_{\max}$ bestimmt sich im Logarithmus-Funktionsbereich (Log-Funktionsbereich) entsprechend [22] zu¹:

$$\gamma_k = -\frac{|Y_{k,l_0} - \hat{H}_{f,k,l_0} \cdot \hat{X}_{k,l_0}|^2}{2 \cdot \sigma_{f,k}^2} + \sum_{i=0}^{\tilde{M}-1} d_{k,l_0,i} \cdot L_{a,k,l_0,i}^f \quad \text{mit } k_{\min} \leq k \leq k_{\max} \quad (5.1)$$

Durch die Verwendung des Metrik-Inkrementes γ_k werden die vorkommenden Übergänge in der Trellisstruktur unterschiedlich gewichtet. Der geschätzte Kanalübertragungskoeffizient \hat{H}_{f,k,l_0} in Gleichung (5.1) bestimmt sich durch lineare Prädiktion.

$$\hat{H}_{f,k,l_0} = \sum_{i=1}^{f_f(k)} u_{f,i} \cdot \frac{Y_{k-i,l_0}}{\hat{X}_{k-i,l_0}} \quad (5.2)$$

¹Zur Reduzierung des Aufwands kann die APP-Schätzung in Frequenzrichtung beim erstmaligen Schätzen nur über die OFDM-Symbole l_0 mit $(l_0 - l_{\min}) \text{Mod} D_t = 0$ erfolgen, da bei der ersten Schätzung (nullte Iteration) kein *a priori*-Wissen vorhanden ist.

Die Funktion $f_f(k)$ ist wie folgt definiert:

$$f_f(k) = \begin{cases} k - k_{\min} & \text{für } k - k_{\min} < m_f \\ m_f & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.3)$$

Diese Definition ist offensichtlich, da Y_{k,l_0} nur für $k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$ bestimmt ist.

Die Symbole \hat{X}_{k-i,l_0} mit $i \in \{0, 1, \dots, f_f(k)\}$ in den Gleichungen (5.1) und (5.2) sind die angenommenen gesendeten Daten- oder Pilotsymbole entsprechend der Trellisstruktur. Die Filterkoeffizienten $u_{f,i}$ in Gleichung (5.2) werden für die gesendeten Symbole X_{k,l_0} berechnet. Mit dieser Voraussetzung und unter Verwendung von Gleichung (2.75) folgt aus Gleichung (5.2):

$$\hat{H}_{f,k,l_0} = \sum_{i=1}^{f_f(k)} u_{f,i} \cdot \tilde{H}_{k-i,l_0} = \sum_{i=1}^{f_f(k)} u_{f,i} \cdot \left(H_{k-i,l_0} + \frac{N_{k-i,l_0}}{X_{k-i,l_0}} \right) \quad (5.4)$$

Die Filterkoeffizienten in Gleichung (5.4) sollen so bestimmt werden, dass der Erwartungswert $E \left\{ |H_{k,l_0} - \hat{H}_{f,k,l_0}|^2 \right\}$ des quadratischen Fehlers minimiert wird. Die Filterkoeffizienten, die diese Vorgabe erfüllen, berechnen sich zu [30]:

$$\mathbf{u}_f^T = \mathbf{r}_{H\tilde{H},\text{Pf}}^T \cdot \mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H},\text{Pf}}^{-1} \quad (5.5)$$

Der Vektor \mathbf{u}_f beinhaltet die Filterkoeffizienten $u_{f,i}$ wie folgt:

$$\mathbf{u}_f^T = (u_{f,1}, \dots, u_{f,f_f(k)}) \quad (5.6)$$

Der Vektor $\mathbf{r}_{H\tilde{H},\text{Pf}}$ der Kreuzkorrelation zwischen H_{k,l_0} und \tilde{H}_{k-i,l_0} ergibt sich entsprechend Gleichung (3.24) zu²:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{H\tilde{H},\text{Pf}}^T &= (R_{H,f}(k-k+1), \dots, R_{H,f}(k-k+f_f(k))) \\ &= (R_{H,f}(1), \dots, R_{H,f}(f_f(k))) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Die Frequenz-Korrelationsfunktion $R_{H,f}$ in Gleichung (5.7) berechnet sich entsprechend Gleichung (3.25).

Die Matrix $\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H},\text{Pf}}$ in Gleichung (5.5) berechnet sich entsprechend Gleichung (3.27) zu:

$$\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H},\text{Pf}} = \begin{pmatrix} 1 + N_0 \cdot \beta & R_{H,f}(1) & \cdots & R_{H,f}(f_f(k) - 1) \\ R_{H,f}(-1) & 1 + N_0 \cdot \beta & & R_{H,f}(f_f(k) - 2) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R_{H,f}(-f_f(k) + 1) & \cdots & R_{H,f}(-1) & 1 + N_0 \cdot \beta \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

²Zur Vereinfachung und ohne Verminderung des Verständnisses ist der nötige multiplikative Faktor f_U in dem Argument der Frequenz-Korrelationsfunktion $R_{H,f}$ in Gleichung (5.7) weggelassen worden.

Erfüllen die Filterkoeffizienten $u_{f,i}$ Gleichung (5.5), so erhält man für den minimalen quadratischen Fehler $E \left\{ |H_{k,l_0} - \hat{H}_{f,k,l_0}|^2 \right\}$ Folgendes [30]:

$$E \left\{ |H_{k,l_0} - \hat{H}_{f,k,l_0}|^2 \right\} = J_{\min,f,k} = 1 - \mathbf{r}_{H\hat{H},\text{Pf}}^T \cdot \mathbf{R}_{\hat{H}\hat{H},\text{Pf}}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{H\hat{H},\text{Pf}}^* \quad (5.9)$$

Entsprechend den Gleichungen (3.11) bis (3.13) bestimmt sich der Term $2 \cdot \sigma_{f,k}^2$ in Gleichung (5.1) zu [22]:

$$2 \cdot \sigma_{f,k}^2 = 2 \cdot \sigma_N^2 + J_{\min,f,k} \cdot E_S \quad (5.10)$$

Die L-Werte $L_{a,k,l_0,i}^f$ in Gleichung (5.1) sind die *a priori*-L-Werte für den APP-Schätzer, die sich durch die Bündelung (Multiplex) der *a priori*-L-Werte $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ der gesendeten codierten Bits \tilde{c} und der *a priori*-L-Werte $L_{a,\varepsilon}^a$ der Pilotbits a_ε ergeben. Entsprechend Gleichung (3.8) berechnen sich die L-Werte $L_{a,\varepsilon}^a$ zu:

$$L_{a,\varepsilon}^a = \ln \frac{\Pr[a_\varepsilon = 1]}{\Pr[a_\varepsilon = 0]} \quad (5.11)$$

Da dem Empfänger die gesendeten Pilotbits bekannt sind, sind die L-Werte $L_{a,\varepsilon}^a \in \{\pm\infty\}$. Diese Werte eignen sich nicht für eine digitale Signalverarbeitung, so dass für die L-Werte $L_{a,\varepsilon}^a$ betragsmäßig große Werte mit positiven oder negativen Vorzeichen verwendet werden, z. B. $L_{a,\varepsilon}^a \in \{\pm 50\}$.

Die Bits $d_{k,l_0,i}$ in der Summe in Gleichung (5.1) resultieren aus dem Demapping des Symbols \hat{X}_{k,l_0} .

$$(d_{k,l_0,0}, \dots, d_{k,l_0,\tilde{M}-1}) = f_{\text{map},\tilde{M}}^{-1} \left(\hat{X}_{k,l_0} \right) \quad (5.12)$$

APP-Schätzung in Zeitrichtung

Analog zur APP-Kanalschätzung in Frequenzrichtung erfolgt die APP-Kanalschätzung in Zeitrichtung. Das Metrik-Inkrement des APP-Kanalschätzers in Zeitrichtung zur diskreten Zeit l für den Unterträger k_0 mit $k_{\min} \leq k_0 \leq k_{\max}$ berechnet sich im Log-Funktionsbereich entsprechend Gleichung (5.1) zu:

$$\gamma_l = -\frac{|Y_{k_0,l} - \hat{H}_{t,k_0,l} \cdot \hat{X}_{k_0,l}|^2}{2 \cdot \sigma_{t,l}^2} + \sum_{i=0}^{\tilde{M}-1} d_{k_0,l,i} \cdot L_{a,k_0,l,i}^t \quad \text{mit } l_{\min} \leq l \leq l_{\max} \quad (5.13)$$

Der Kanalübertragungskoeffizient $\hat{H}_{t,k_0,l}$ folgt aus linearer Prädiktion.

$$\hat{H}_{t,k_0,l} = \sum_{i=1}^{f_t(l)} u_{t,i} \cdot \frac{Y_{k_0,l-i}}{\hat{X}_{k_0,l-i}} \quad (5.14)$$

Da für den betrachteten Block an OFDM-Symbolen die Empfangssymbole $Y_{k_0,l}$ nur für $l_{\min} \leq l \leq l_{\max}$ definiert sind, folgt für die Funktion $f_t(l)$:

$$f_t(l) = \begin{cases} l - l_{\min} & \text{für } l - l_{\min} < m_t \\ m_t & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.15)$$

Die angenommenen gesendeten Symbole, die sich aufgrund der Trellisstruktur ergeben, sind in den Gleichungen (5.13) und (5.14) mit $\hat{X}_{k_0,l-i}$ bezeichnet. Die Filterkoeffizienten $u_{t,i}$ in Gleichung (5.14) werden an die gesendeten Symbole $X_{k_0,l}$ angepasst. Dadurch folgt für die Berechnung dieser Filterkoeffizienten aus Gleichung (5.14) unter Verwendung von Gleichung (2.75) Folgendes:

$$\hat{H}_{t,k_0,l} = \sum_{i=1}^{f_t(l)} u_{t,i} \cdot \tilde{H}_{k_0,l-i} = \sum_{i=1}^{f_t(l)} u_{t,i} \cdot \left(H_{k_0,l-i} + \frac{N_{k_0,l-i}}{\hat{X}_{k_0,l-i}} \right) \quad (5.16)$$

Die optimalen Filterkoeffizienten $u_{t,i}$ ergeben sich entsprechend Gleichung (5.5) zu:

$$\mathbf{u}_t^T = \mathbf{r}_{H\tilde{H},Pt}^T \cdot \mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H},Pt}^{-1} \quad (5.17)$$

Der Vektor \mathbf{u}_t stellt sich dabei wie folgt dar:

$$\mathbf{u}_t^T = (u_{t,1}, \dots, u_{t,f_t(l)}) \quad (5.18)$$

Für den Vektor $\mathbf{r}_{H\tilde{H},Pt}$ der Kreuzkorrelation zwischen $H_{k_0,l}$ und $\tilde{H}_{k_0,l-i}$ folgt entsprechend Gleichung (5.7)³:

$$\mathbf{r}_{H\tilde{H},Pt}^T = (R_{H,t}(1), \dots, R_{H,t}(f_t(l))) \quad (5.19)$$

Die Zeit-Korrelationsfunktion $R_{H,t}$ in Gleichung (5.19) berechnet sich entsprechend Gleichung (3.37).

Die Matrix $\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H},Pt}$ in Gleichung (5.17) berechnet sich entsprechend Gleichung (5.8) zu:

$$\mathbf{R}_{\tilde{H}\tilde{H},Pt} = \begin{pmatrix} 1 + N_0 \cdot \beta & R_{H,t}(1) & \cdots & R_{H,t}(f_t(l) - 1) \\ R_{H,t}(-1) & 1 + N_0 \cdot \beta & & R_{H,t}(f_t(l) - 2) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R_{H,t}(-f_t(l) + 1) & \cdots & R_{H,t}(-1) & 1 + N_0 \cdot \beta \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

Erfüllen die Filterkoeffizienten $u_{t,i}$ Gleichung (5.17), so erhält man für den minimalen quadratischen Fehler $E \left\{ |H_{k_0,l} - \hat{H}_{t,k_0,l}|^2 \right\}$ Folgendes [30]:

³Zur Vereinfachung und ohne Verminderung des Verständnisses ist der nötige multiplikative Faktor T_S in dem Argument der Zeit-Korrelationsfunktion $R_{H,t}$ in Gleichung (5.19) weggelassen worden.

$$\mathbb{E} \left\{ |H_{k_0,l} - \hat{H}_{t,k_0,l}|^2 \right\} = J_{\min,t,l} = 1 - \mathbf{r}_{H\hat{H},Pt}^T \cdot \mathbf{R}_{\hat{H}\hat{H},Pt}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{H\hat{H},Pt}^* \quad (5.21)$$

Der Term $2 \cdot \sigma_{t,l}^2$ in Gleichung (5.13) berechnet sich entsprechend Gleichung (5.10) zu:

$$2 \cdot \sigma_{t,l}^2 = 2 \cdot \sigma_N^2 + J_{\min,t,l} \cdot E_S \quad (5.22)$$

Die *a priori*-L-Werte $L_{a,k_0,l,i}^t$ in Gleichung (5.13) bestimmen sich durch Multiplexen der *a priori*-L-Werte $L_{a,\mu}^{\tilde{c},t}$ der gesendeten codierten Bits \tilde{c} und der *a priori*-L-Werte $L_{a,\varepsilon}^a$ der Pilotbits a_ε .

Durch Demapping des Symbols $\hat{X}_{k_0,l}$ erhält man die Bits $d_{k_0,l,i}$ in der Summe in Gleichung (5.13).

$$(d_{k_0,l,0}, \dots, d_{k_0,l,\tilde{M}-1}) = f_{\text{map},\tilde{M}}^{-1} \left(\hat{X}_{k_0,l} \right) \quad (5.23)$$

Die beiden eindimensionalen APP-Schätzer werden entsprechend Bild 5.1 zusammengesaltet⁴. Die Eingänge des APP-Schätzers in Frequenzrichtung stellen die Empfangssymbole $Y_{k,l}$, die *a priori*-L-Werte $L_{a,\varepsilon}^a$ der Pilotbits a_ε und die *a priori*-L-Werte $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ der gesendeten codierten Bits \tilde{c} dar, die vom Kanaldecodierer zurückgeschickt werden. Für den ersten Durchlauf durch den Kanalschätzer sind die *a priori*-L-Werte $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ Null. Der APP-Schätzer in Frequenzrichtung liefert an seinem Ausgang die geschätzten L-Werte $L_\mu^{\tilde{c},f}$, die als *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c},t} = L_\mu^{\tilde{c},f}$ für den APP-Schätzer in Zeitrichtung dienen. Der APP-Schätzer in Zeitrichtung verwendet die *a priori*-L-Werte $L_{a,\mu}^{\tilde{c},t}$, die empfangenen Symbole $Y_{k,l}$ und die *a priori*-L-Werte $L_{a,\varepsilon}^a$ als Eingänge, um die verbesserten L-Werte $L_\mu^{\tilde{c}}$ zu berechnen. Nachdem das *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ abgezogen worden ist, werden die L-Werte $L_{e,\mu}^{\tilde{c}}$ dem Deinterleaver zugeführt. Die L-Werte $L_{a,\mu}^c$ am Ausgang des Deinterleavers werden schließlich dem Kanaldecodierer übergeben.

Bei der pilot- oder symbolbasierten Kanalschätzung sind der Schätzung in Zeitrichtung Kanalübertragungskoeffizienten von der Schätzung in Frequenzrichtung geliefert worden. Im Gegensatz dazu übergibt der APP-Schätzer in Frequenzrichtung dem APP-Schätzer in Zeitrichtung L-Werte. Dadurch erfolgt die Berechnung der Prädiktorkoeffizienten in Gleichung (5.14) für die APP-Schätzung in Zeitrichtung unabhängig von dem Ergebnis der APP-Schätzung in Frequenzrichtung.

5.2 Simulationsergebnisse

Zunächst wird entsprechend Kapitel 4 das Konvergenzverhalten der Iterationsschleife des Empfängers mit Hilfe des EXIT-Diagramms untersucht. Dabei werden vor allem die Fälle interessant sein, bei denen das in Kapitel 3 vorgestellte zweidimensionale Abtasttheorem verletzt ist. Hierbei wird der Vergleich mit dem ebenfalls iterativen Empfänger aus Kapitel 4 im Vordergrund stehen. An die Konvergenzanalyse der Iterationsschleife schließt sich die Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Empfängers mit APP-Kanalschätzung anhand von Bitfehlerhäufigkeiten an.

⁴Es ist ebenso möglich, dass zuerst in Zeitrichtung und anschließend in Frequenzrichtung geschätzt wird.

5.2.1 EXIT-Diagramm

Im Vergleich zu Kapitel 4 hat sich die innere Komponente der Iterationsschleife verändert. Die äußere Komponente ist dagegen weiterhin der Kanaldecodierer, so dass die Transinformationskurven des Kanaldecodierers aus Kapitel 4.2.1 für die EXIT-Diagramme übernommen werden.

In Bild 5.3 ist die innere Komponente des Empfängers mit APP-Kanalschätzung, die durch den Zusammenschluß der beiden eindimensionalen APP-Schätzer entsteht, dargestellt.

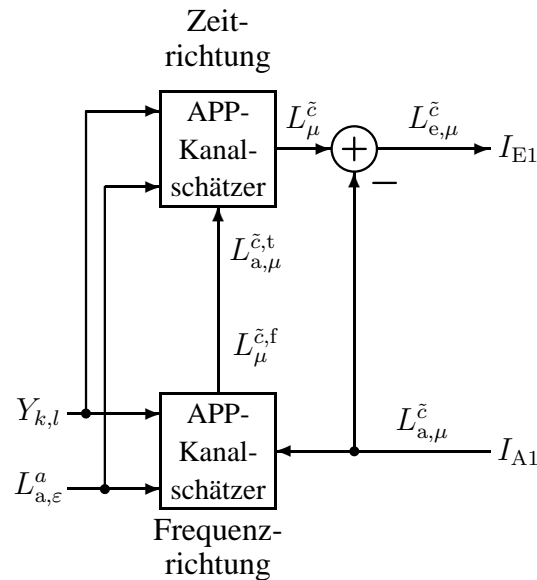


Bild 5.3: Innere Komponente der iterativen Schleife

Die Aufnahme der charakteristischen Transinformationskurven der inneren Komponente erfolgt analog zu Kapitel 4.2.1, so dass weitere Erläuterungen an dieser Stelle entfallen können.

In Bild 5.4 sind charakteristische Transinformationskurven der inneren Komponente für einen Block von $K = 1001$ Unterträgern und $L_B = 101$ OFDM-Symbolen bei $E_b/N_0 = 10$ dB dargestellt. Für die Simulationen sind die bekannten OFDM-Simulationsparameter mit $f_U = 4000$ Hz, $T_S = 312.5 \mu\text{s}$ und $T_G = 62.5 \mu\text{s}$ entsprechend den Kapiteln 3 und 4 verwendet worden. Die Abstände der Pilottöne sind ebenfalls unverändert mit $D_f = D_t = 10$ aus diesen Kapiteln übernommen worden. Die Unterträger sind mit dem QPSK-Verfahren moduliert worden. Die Simulationsparameter für den Übertragungskanal sind eine maximale Dopplerfrequenz von $f_{D_{\max}} = 100$ Hz und eine maximale Verzögerung von $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$. Für die Monte-Carlo-Simulation des Kanals sind $L = 200$ Pfade verwendet worden.

In den Bild 5.4 zugrunde liegenden Simulationen sind die Grade der Prädiktoren in Frequenz- und Zeitrichtung m_f und m_t variiert worden. Als Mapping ist das Gray-Mapping verwendet worden.

Aus Bild 5.4 ist zu erkennen, dass I_{E1} mit steigenden Prädiktorgraden m_f und m_t zunimmt. Damit wird die Leistungsfähigkeit des Empfängers mit steigenden m_f und m_t wie erwartet verbessert. Darüberhinaus ist Bild 5.4 zu entnehmen, dass die Zunahme von I_{E1} ab $I_{A1} \geq 0,4$

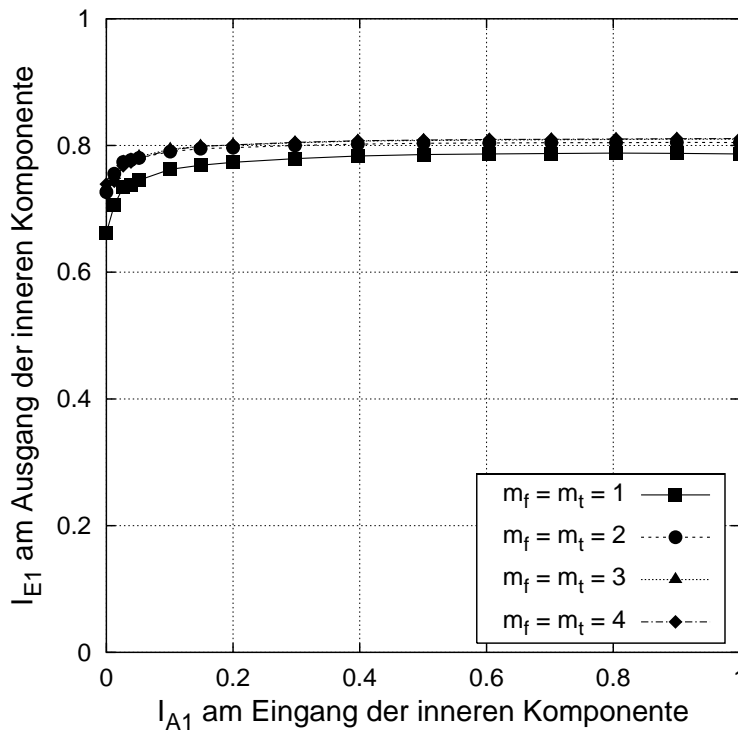


Bild 5.4: Charakteristische Transinformativskurve der inneren Komponente für verschiedene Werte von m_f und m_t ($E_b/N_0 = 10$ dB)

gering ist. Dadurch werden wenige Iterationsdurchläufe notwendig sein, um die optimale Leistungsfähigkeit des Empfängers näherungsweise zu erreichen. Im Weiteren werden die Grade der Prädiktoren zu $m_f = m_t = 2$ gesetzt, da die Kurve für $m_f = m_t = 4$ nur geringfügig oberhalb der Kurve für $m_f = m_t = 2$ in Bild 5.4 verläuft. Die Wahl von $m_f = m_t = 2$ stellt einen Kompromiss zwischen Leistungsfähigkeit und Komplexität des iterativen Empfängers dar.

Bild 5.5 zeigt das EXIT-Diagramm des iterativen Empfängers für $m_f = m_t = 2$ bei $E_b/N_0 = 10$ dB. Die restlichen Simulationsparameter aus Bild 5.4 sind beibehalten worden.

In Bild 5.5 ist zu erkennen, dass die Trajektorie nach einer Iteration den Schnittpunkt der beiden charakteristischen Transinformativskurven bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) \approx (1; 0,8)$ erreicht. Im Gegensatz zu den EXIT-Diagrammen aus Kapitel 4.2.2 startet die Trajektorie für $I_{A1} = I_{E2} = 0$ auf der charakteristischen Transinformativskurve der inneren Komponente. Dies ist dadurch zu erklären, dass die APP-Kanalschätzung gleich zu Beginn der Iterationsschleife verwendet wird. Dies ist bei der symbolbasierten Kanalschätzung aus Kapitel 4 nicht der Fall. Dort wird zuerst die pilotbasierte Kanalschätzung durchlaufen, bevor in der Iterationsschleife die symbolbasierte Kanalschätzung zum Einsatz kommt. Die erhaltene Trajektorie in Bild 5.5 stimmt analog zu den EXIT-Diagrammen in Kapitel 4.2.2 sehr gut mit den charakteristischen Transinformativskurven überein. Damit liefert das EXIT-Diagramm eine gute Prognose der Leistungsfähigkeit des iterativen Empfängers.

Bild 5.6 zeigt die EXIT-Diagramme für Gray- und Anti-Gray-Mapping.

Wie entsprechend in Kapitel 4 erwartet, startet die Trajektorie bei Anti-Gray-Mapping tiefer

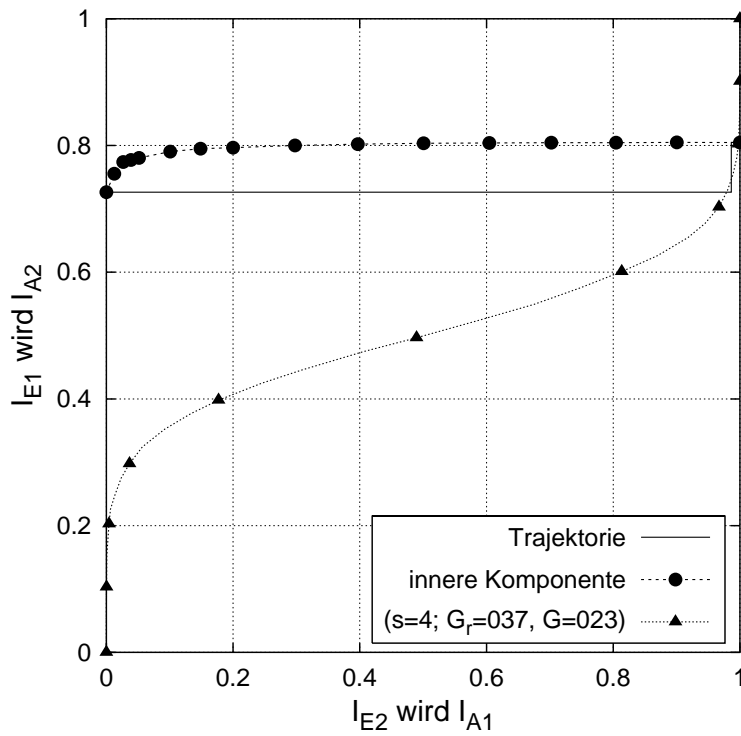
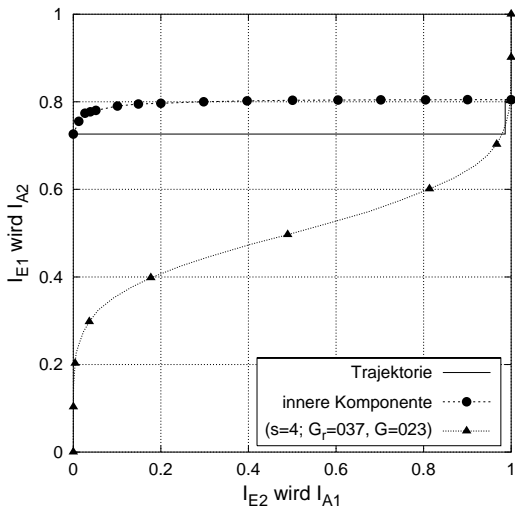
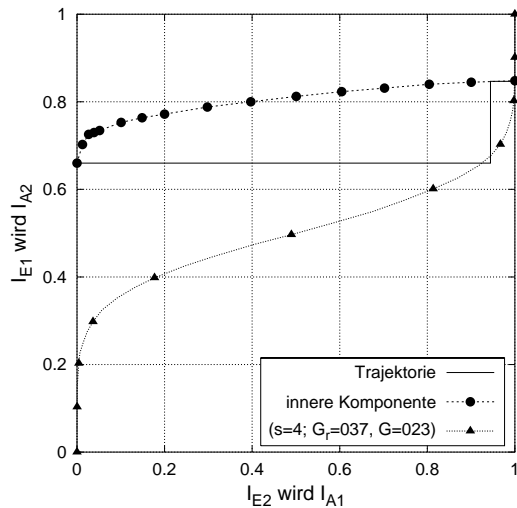


Bild 5.5: EXIT-Diagramm des iterativen Empfängers für $m_f = m_t = 2$ bei $E_b/N_0 = 10$ dB ($\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$, $f_{D_{\max}} = 100$ Hz)



Gray-Mapping



Anti-Gray-Mapping

Bild 5.6: EXIT-Diagramme des iterativen Empfängers für Gray- und Anti-Gray-Mapping bei $E_b/N_0 = 10$ dB ($m_f = m_t = 2$, $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$, $f_{D_{\max}} = 100$ Hz)

als bei Gray-Mapping. Aber der Endpunkt der Trajektorie liegt bei Anti-Gray-Mapping näher bei $(I_{A1} = I_{E2}; I_{E1} = I_{A2}) = (1; 1)$ als bei Gray-Mapping. Damit wird bei Verwendung von Anti-Gray-Mapping und der Iterationsschleife die Bitfehlerhäufigkeit geringer als bei Gray-

Mapping. Der Schnittpunkt der beiden charakteristischen Transinformativskurven wird bei Anti-Gray-Mapping ebenfalls nach einer Iteration erreicht.

In Bild 5.7 ist das EXIT-Diagramm für $f_{D_{\max}} = 600$ Hz bei Verwendung von Gray-Mapping dargestellt.

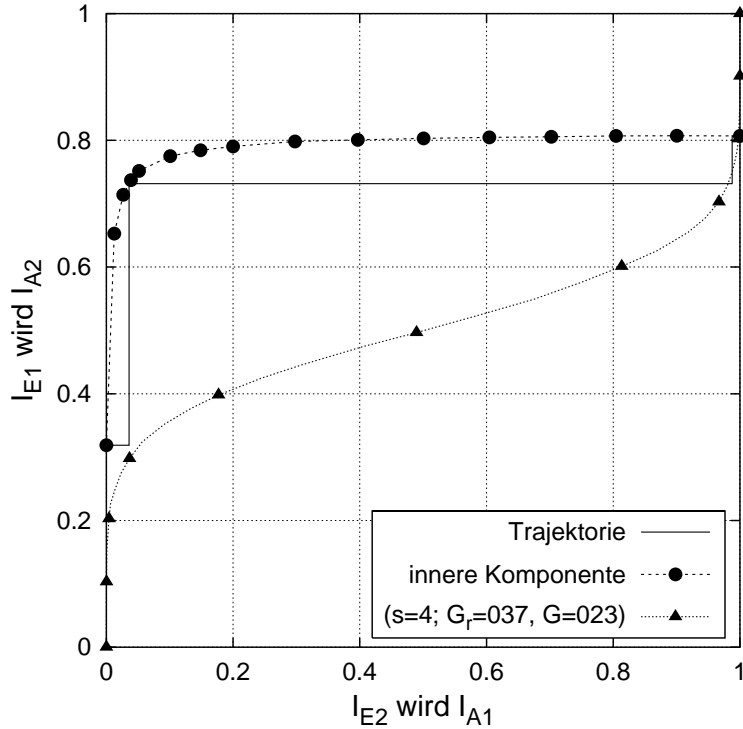


Bild 5.7: EXIT-Diagramm des iterativen Empfängers für $f_{D_{\max}} = 600$ Hz bei $E_b/N_0 = 10$ dB ($m_f = m_t = 2$, $\tau_{\max} = 20 \mu s$)

Es ist zu erkennen, dass die Trajektorie für $f_{D_{\max}} = 600$ Hz deutlich niedriger beginnt als die Trajektorie für $f_{D_{\max}} = 100$ Hz in Bild 5.5. Jedoch kann der iterative Empfänger diesen niedrigen Beginn durch die Iterationsschleife kompensieren, so dass die Trajektorie nach zwei Iterationen auf der rechten Seite des Diagramms am Schnittpunkt der charakteristischen Transinformativskurven endet. Damit wird auch bei einer maximalen Dopplerfrequenz von $f_{D_{\max}} = 600$ Hz bei Verwendung der Iterationsschleife eine geringe Bitfehlerhäufigkeit erzielt. Im Gegensatz dazu erreicht der Empfänger aus Kapitel 4, Bild 4.17 für $f_{D_{\max}} = 600$ Hz bei Verwendung des Codierers ($s = 4$; $G_r = 037$, $G = 023$) den rechten Schnittpunkt der charakteristischen Transinformativskurven nicht.

Bild 5.8 zeigt das EXIT-Diagramm für $f_{D_{\max}} = 600$ Hz und $\tau_{\max} = 60 \mu s$ für Gray-Mapping.

Entsprechend Bild 5.7 kann die Trajektorie den niedrigen Beginn selbst bei diesen Kanalparametern durch die Iterationsschleife kompensieren. Die Trajektorie endet nach drei Iterationen auf der rechten Seite des Diagramms am Schnittpunkt der charakteristischen Transinformativskurven. Damit wird auch bei den Kanalparametern $f_{D_{\max}} = 600$ Hz und $\tau_{\max} = 60 \mu s$ bei Verwendung der APP-Kanalschätzung eine geringe Bitfehlerhäufigkeit erzielt.

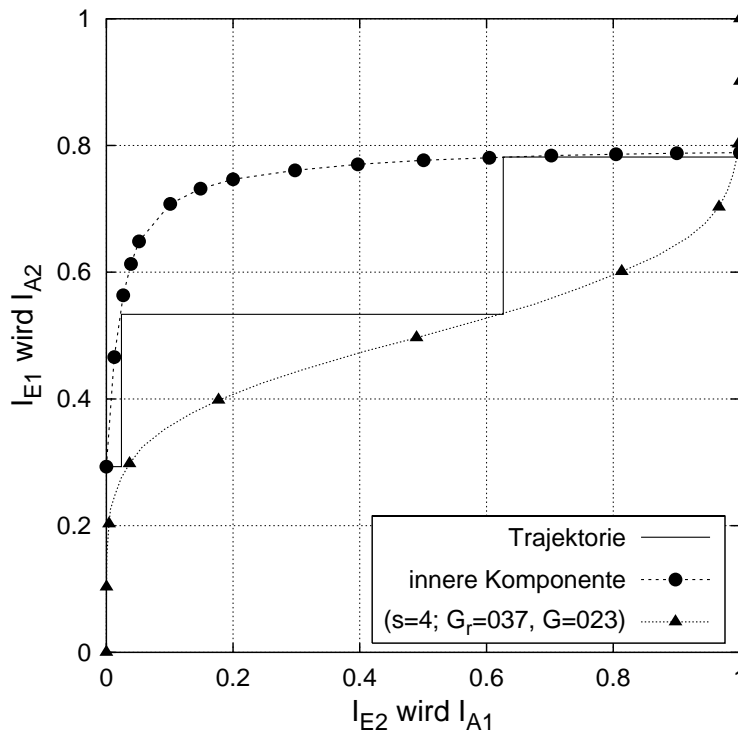


Bild 5.8: EXIT-Diagramm des iterativen Empfängers für $f_{D_{\max}} = 600$ Hz und $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$ bei $E_b/N_0 = 10$ dB ($m_f = m_t = 2$)

5.2.2 Bitfehlerhäufigkeit

Entsprechend Kapitel 4.3 werden die aus Kapitel 5.2.1 erhaltenen Ergebnisse anhand von Bitfehlerhäufigkeitskurven verifiziert, um ein abschließendes Bild der Leistungsfähigkeit des Empfängers mit APP-Kanalschätzung zu bekommen. Die Simulationsparameter werden entsprechend den EXIT-Diagrammen aus Kapitel 5.2.1 gewählt.

In Bild 5.9 ist die Bitfehlerhäufigkeit für die Kanalparameter $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 100$ Hz dargestellt. In diesem Bild ist die Anzahl an Iterationen variiert worden. Das dazugehörige EXIT-Diagramm ist in Bild 5.5 abgebildet. Bild 5.9 zeigt zusätzlich noch die Kurve für einen Empfänger mit idealer Kanalschätzung entsprechend Bild 4.20.

Aus Bild 5.9 ist zu erkennen, dass die Bitfehlerhäufigkeit mit steigender Anzahl an Iterationen abnimmt. Jedoch ist der Unterschied der beiden Kurven für eine Iteration und zwei Iterationen sehr gering, so dass in diesem Fall ein Iterationsdurchlauf ausreichend ist. Dieses Ergebnis steht im Einklang mit dem Ergebnis aus Bild 5.5. Der Gewinn durch die Verwendung der Iterationsschleife beträgt bei einer Bitfehlerhäufigkeit von 10^{-4} ca. 2 dB. Darüberhinaus ist festzustellen, dass durch die Verwendung der Iterationsschleife die Leistungsfähigkeit des iterativen Empfängers sehr nahe an die Leistungsfähigkeit des Empfängers mit idealer Kanalschätzung herankommt. Im Vergleich zum Empfänger mit Kanalschätzung, basierend auf iterativer Filterung und Decodierung in Bild 4.20, weist der Empfänger mit APP-Kanalschätzung bei diesen Simulationsparametern eine geringfügig schlechtere Leistungsfähigkeit auf. Der Unterschied bei einer Bitfehlerhäufigkeit von 10^{-4} beträgt nur 0,3 dB.

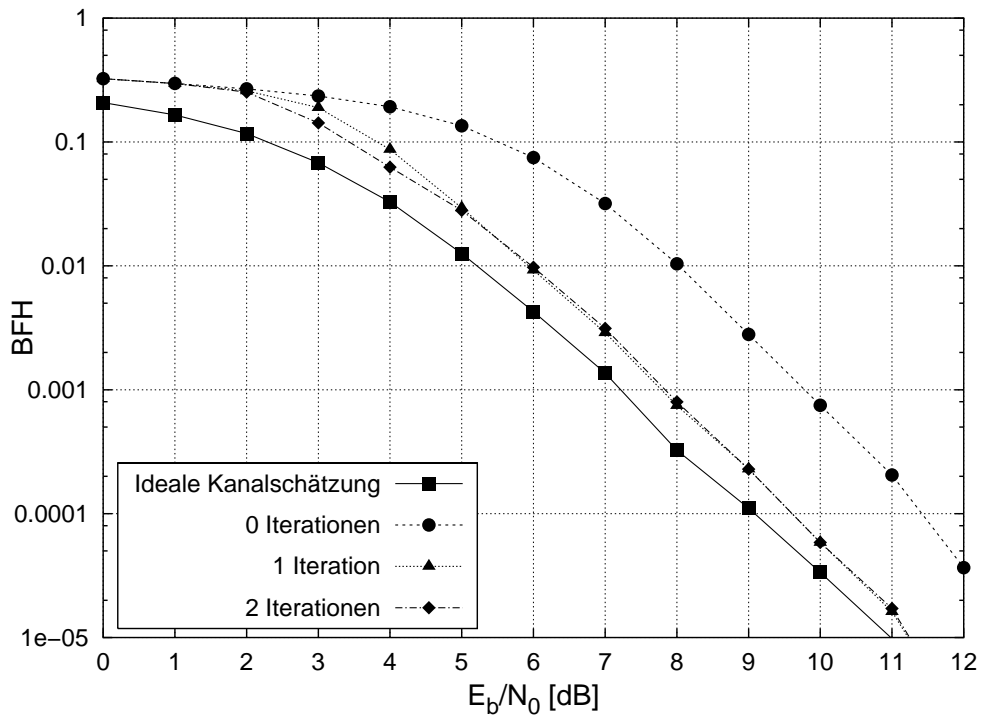


Bild 5.9: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ nach verschiedenen Iterationsdurchläufen

Bild 5.10 zeigt die Bitfehlerhäufigkeit bei Verwendung von Gray- und Anti-Gray-Mapping. Die Simulationsparameter sind entsprechend dem EXIT-Diagramm aus Bild 5.6 gewählt worden.

Das System mit Anti-Gray-Mapping hat eine bessere Leistungsfähigkeit als das System mit Gray-Mapping bei Verwendung der Iterationsschleife [18, 19]. Nach nur einer Iteration führt der Einsatz von Anti-Gray-Mapping für $E_b/N_0 > 8 \text{ dB}$ zu einer geringeren Bitfehlerhäufigkeit als der Einsatz von Gray-Mapping. Der Unterschied zwischen dem System mit Anti-Gray-Mapping nach zwei Iterationen und dem System mit Gray-Mapping nach einer Iteration beträgt bei einer Bitfehlerhäufigkeit von 10^{-4} ca. 1,5 dB.

In Bild 5.11 ist die Bitfehlerhäufigkeit für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ nach verschiedenen Iterationen bei Verwendung von Gray-Mapping dargestellt. Das dazugehörige EXIT-Diagramm ist in Bild 5.7 abgebildet.

In diesem Fall kann durch den Einsatz der Iterationsschleife die Leistungsfähigkeit des Empfängers drastisch gesteigert werden. Da der Unterschied zwischen der Kurve für zwei und der Kurve für drei Iterationen gering ist, reichen in diesem Fall zwei Iterationen entsprechend der Vorhersage aus Bild 5.7 aus. Im Gegensatz zum Empfänger mit Kanalschätzung, basierend auf iterativer Filterung und Decodierung mit der Bitfehlerhäufigkeit nach Bild 4.24, kann der Empfänger mit APP-Kanalschätzung auch für $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ bei Verwendung des Codierers ($s = 4; G_r = 037, G = 023$) eine geringe Bitfehlerhäufigkeit erzielen.

Die Bitfehlerhäufigkeit bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems in Frequenz- und Zeitrichtung, das in Kapitel 3 bei der pilotbasierten Kanalschätzung eingeführt worden

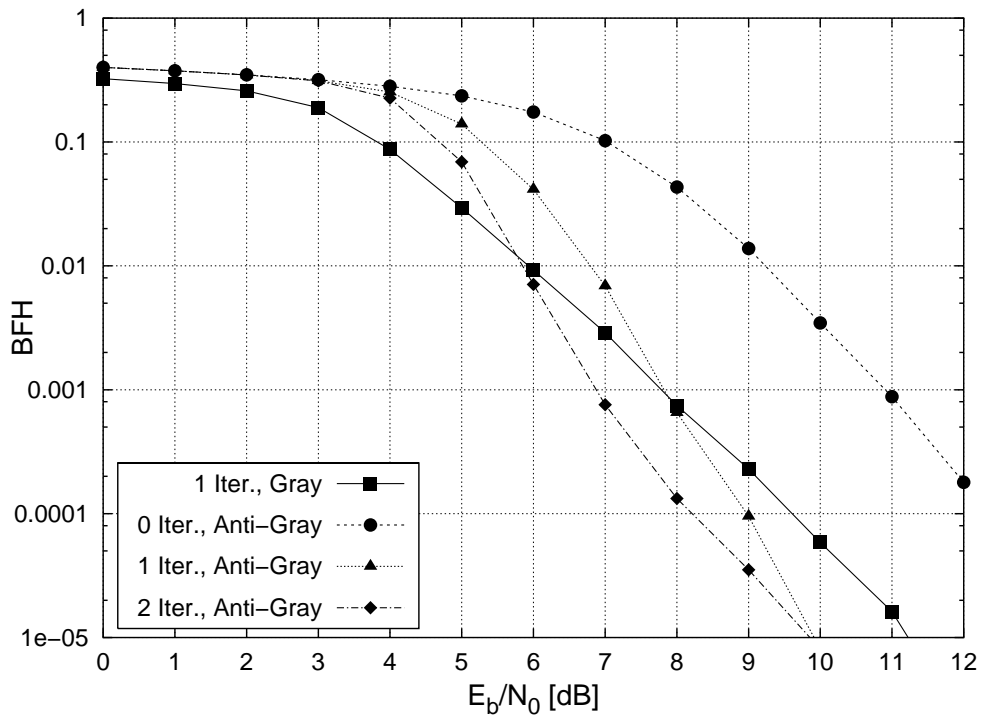


Bild 5.10: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ bei Verwendung von Gray- und Anti-Gray-Mapping

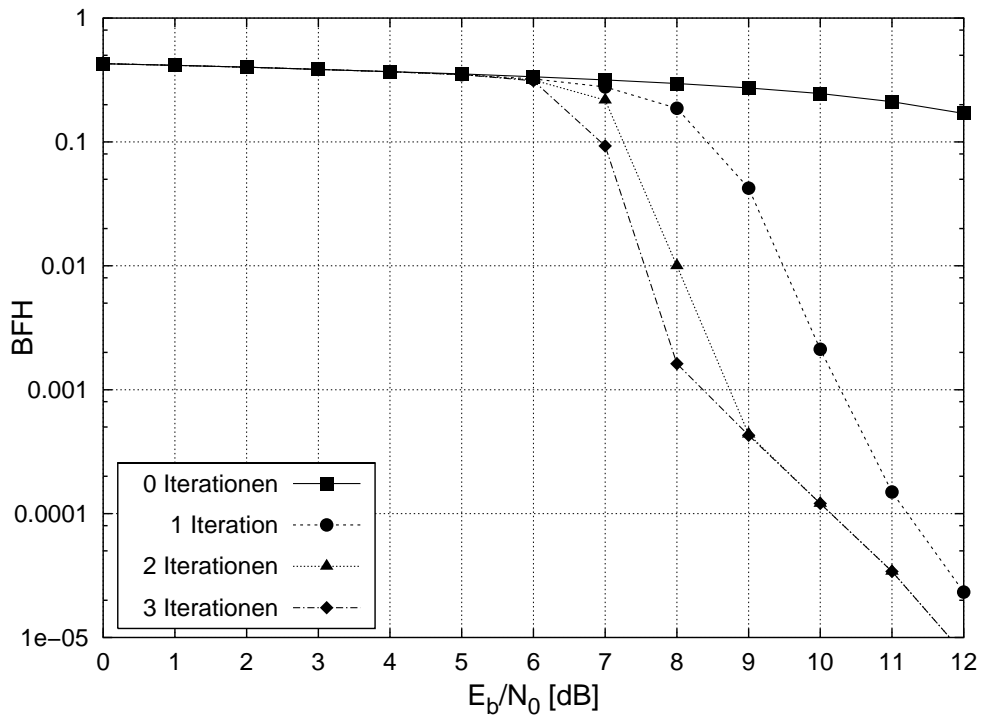


Bild 5.11: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ nach verschiedenen Iterationsdurchläufen

ist, ist in Bild 5.12 für Gray-Mapping abgebildet. Entsprechend Bild 5.8 sind die Kanalparameter $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ ausgewählt worden. Außerdem ist die Anzahl der Iterationen variiert worden.

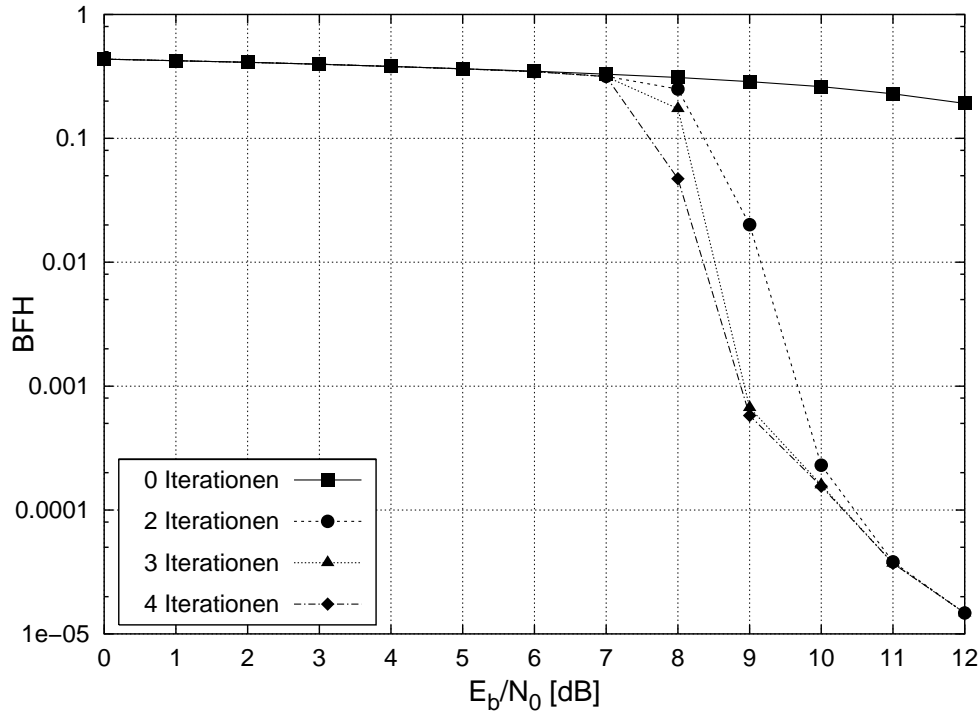


Bild 5.12: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $\tau_{\max} = 60 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ nach verschiedenen Iterationsdurchläufen

Auch in diesem Fall kann mit Hilfe der Iterationsschleife eine drastische Reduzierung der Bitfehlerhäufigkeit erzielt werden. Wie aus Bild 5.8 erwartet, sind drei Iterationen dazu notwendig.

Bild 5.13 zeigt den Einfluss der Interleavergrößen auf die Bitfehlerhäufigkeit für $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ und $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ nach zwei Iterationen bei Verwendung von Gray-Mapping. Die maximale Verzögerung beträgt $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$.

Die Interleavergrößen sind entsprechend Kapitel 3 Bild 3.12 gewählt worden. Das Erreichen dieser Interleavergrößen erfolgt durch die Änderung der Anzahl an Unterträgern sowie der Anzahl an OFDM-Symbolen in einem Block.

Die Bitfehlerhäufigkeit in Bild 5.13 nimmt, wie erwartet, mit steigender Interleavergröße ab. Diese Tendenz gilt sowohl für $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ als auch für $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$. Im Gegensatz zum Empfänger mit Kanalschätzung, basierend auf iterativer Filterung und Decodierung in Bild 4.25 bei $f_{D_{\max}} = 300 \text{ Hz}$, hat die Interleavergröße bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems bei $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ einen deutlich geringeren Einfluss auf die Bitfehlerhäufigkeit.

Der Empfänger mit APP-Kanalschätzung kann die Verzerrungen durch den Kanal auch bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems durch Verwendung der Iterationsschleife kompensieren. Dadurch wird auch in diesen Fällen eine gute Leistungsfähigkeit

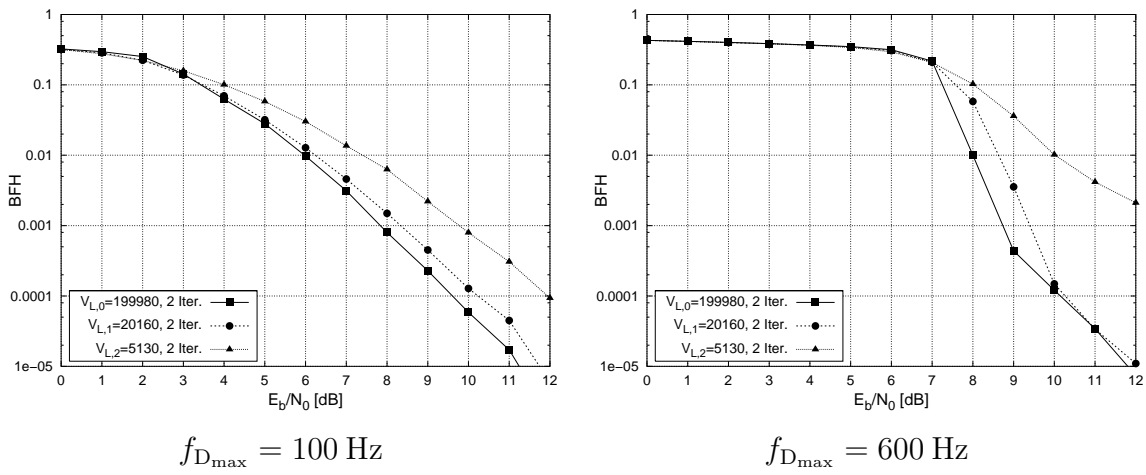


Bild 5.13: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ und $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ bei Verwendung verschiedener Interleaver ($\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$)

des Empfängers erzielt. Im Vergleich zu dem Empfänger mit Kanalschätzung, basierend auf iterativer Filterung und Decodierung nach Kapitel 4, zeigt der Empfänger mit APP-Kanalschätzung keine Abhängigkeit vom zweidimensionalen Abtasttheorem. Die Leistungsfähigkeit des Empfängers mit APP-Kanalschätzung erreicht nahezu die Leistungsfähigkeit eines Empfängers mit idealer Kanalschätzung. Die Leistungsfähigkeit dieses Systems kann durch einen zusätzlichen inneren Kanalcodierer mit einer Coderate nahe 1 weiter gesteigert werden [57, 58].

5.3 Weitere Aspekte der APP-Kanalschätzung

Die APP-Kanalschätzung bietet aufgrund des trellisbasierten Schätzverfahrens mit gleichzeitigem Soft-Demapping Spielraum für Variationen. Deswegen wird im Folgenden sowohl auf die Pilottonanordnung als auch auf den Diversitätsempfang näher eingegangen.

5.3.1 Pilottonanordnung

In Kapitel 5.2 ist gezeigt worden, dass die APP-Kanalschätzung unabhängig vom zweidimensionalen Abtasttheorem ist, das sich aus der rechtwinkligen Pilottonanordnung bestimmt. Dadurch können für die APP-Kanalschätzung die Pilotttöne in einer beliebigen Anordnung in der Zeit/Frequenz-Ebene verteilt werden. Die Verteilung kann so erfolgen, dass in jedem Unterträger k_P eines Blockes aus K Unterträgern und L_B OFDM-Symbolen ein Pilotton im OFDM-Symbol l_P übertragen wird.

Im Weiteren wird die verwürfelte diagonale Verteilung der Pilotttöne aus [58] verwendet. Dabei bestimmt sich das OFDM-Symbol $l_P(k_P)$ in Abhängigkeit vom Unterträger k_P wie folgt:

$$l_P(k_P) = l_{\min} + ((k_P - k_{\min}) \cdot 29) \text{Mod} L_B \quad \text{mit } k_{\min} \leq k_P \leq k_{\max} \quad (5.24)$$

Damit berechnen sich die Pilotton-Positionen $(k_P; l_P)$ zu:

$$(k_P; l_P(k_P)) = (k_P; l_{\min} + ((k_P - k_{\min}) \cdot 29) \text{Mod} L_B) \quad \text{mit } k_{\min} \leq k_P \leq k_{\max} \quad (5.25)$$

Die Gesamtanzahl der Pilotsymbole in einem Block beträgt somit K . Dadurch berechnet sich die Nutzsymbolorate R_n zu:

$$R_n = \frac{K \cdot L_B - K}{K \cdot L_B} = 1 - \frac{1}{L_B} \quad (5.26)$$

Für die Simulationsparameter $K = 1001$ und $L_B = 101$ ergibt sich die Nutzsymbolorate zu:

$$R_n = 0,990099 \quad (5.27)$$

Diese Nutzsymbolorate ist größer als die aus Gleichung (3.66) bei Verwendung der rechtwinkligen Pilottonanordnung. Damit steigt die spektrale Effizienz beim System mit der verwürfelten diagonalen Pilottonanordnung gegenüber dem System mit der rechtwinkligen Pilottonanordnung an. Die Größe des Zufallsinterleavers V_L berechnet sich für das System mit der verwürfelten diagonalen Pilottonanordnung bei Verwendung des QPSK-Verfahrens zu (vgl. Gleichungen (3.69) und (3.70)):

$$V_L = \tilde{M} \cdot R_n \cdot K \cdot L_B = 200200 \quad (5.28)$$

In Bild 5.14 ist das EXIT-Diagramm bei Verwendung der verwürfelten diagonalen Pilottonanordnung für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ dargestellt. Bis auf die Pilottonanordnung sind alle Simulationsparameter entsprechend Bild 5.7 unverändert beibehalten worden.

Die charakteristische Transinformationskurve der inneren Komponente in Bild 5.14 startet bei $I_{A1} = I_{E2} = 0$ wesentlich höher als die Kurve in Bild 5.7. Dadurch erreicht die Trajektorie in Bild 5.14 den Schnittpunkt der beiden charakteristischen Kurven bei $I_{A1} = I_{E2} \approx 1$ nach nur einer Iteration. Die Trajektorie in Bild 5.7 benötigt zwei Iterationen, um den Schnittpunkt zu erreichen. Damit ist bei den verwendeten Simulationsparametern die verwürfelte diagonale Pilottonanordnung der rechtwinkligen Anordnung vorzuziehen, da neben der höheren spektralen Effizienz auch weniger Iterationsdurchläufe notwendig sind.

In Bild 5.15 ist die Bitfehlerhäufigkeit für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 600 \text{ Hz}$ nach verschiedenen Iterationen für die verwürfelte diagonale Pilottonanordnung dargestellt. In diesem Bild ist die Kurve für die rechtwinklige Pilottonanordnung (rechtw. PR) nach zwei Iterationen aus Bild 5.11 ebenfalls abgebildet.

Die Kurven für eine Iteration und zwei Iterationen bei der verwürfelten diagonalen Pilottonanordnung führen im Bereich $E_b/N_0 < 9 \text{ dB}$ zu einer geringeren Bitfehlerhäufigkeit als die Kurve für zwei Iterationen bei Verwendung des rechtwinkligen Pilotrasters. Dies ist in dem höheren Beginn der Trajektorie in Bild 5.14 im Vergleich zur Trajektorie aus Bild 5.7 begründet. Ab $E_b/N_0 \geq 9 \text{ dB}$ haben diese drei Bitfehlerkurven nahezu den identischen Verlauf. Dadurch lässt sich bei Verwendung des verwürfelten diagonalen Pilotrasters eine Iteration gegenüber dem System mit der rechtwinkligen Pilottonanordnung bei gleicher Leistungsfähigkeit einsparen. Durch die Verringerung der Iterationsdurchläufe wird die Komplexität des Empfängers reduziert.

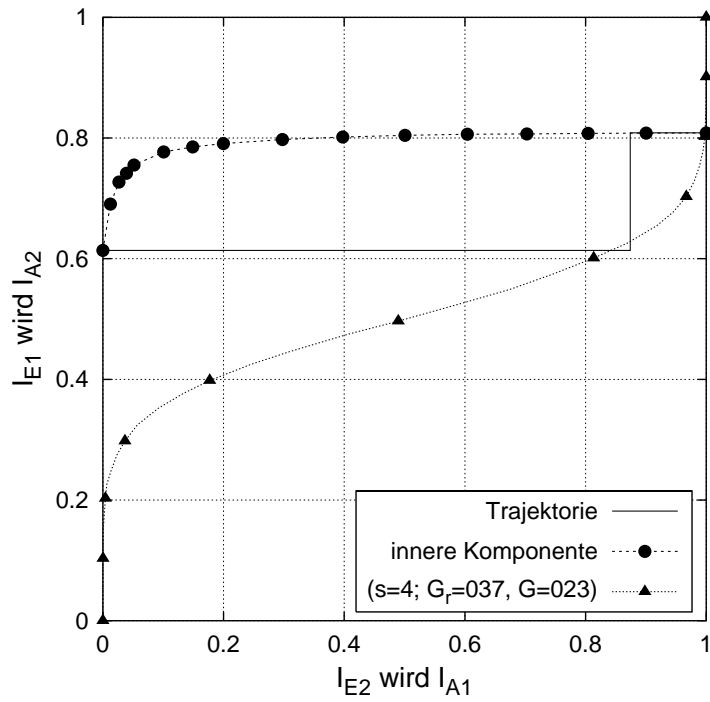


Bild 5.14: EXIT-Diagramm des iterativen Empfängers für $f_{D_{\max}} = 600$ Hz bei $E_b/N_0 = 10$ dB beim System mit der verwürfelten diagonalen Pilottonanordnung ($\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$)

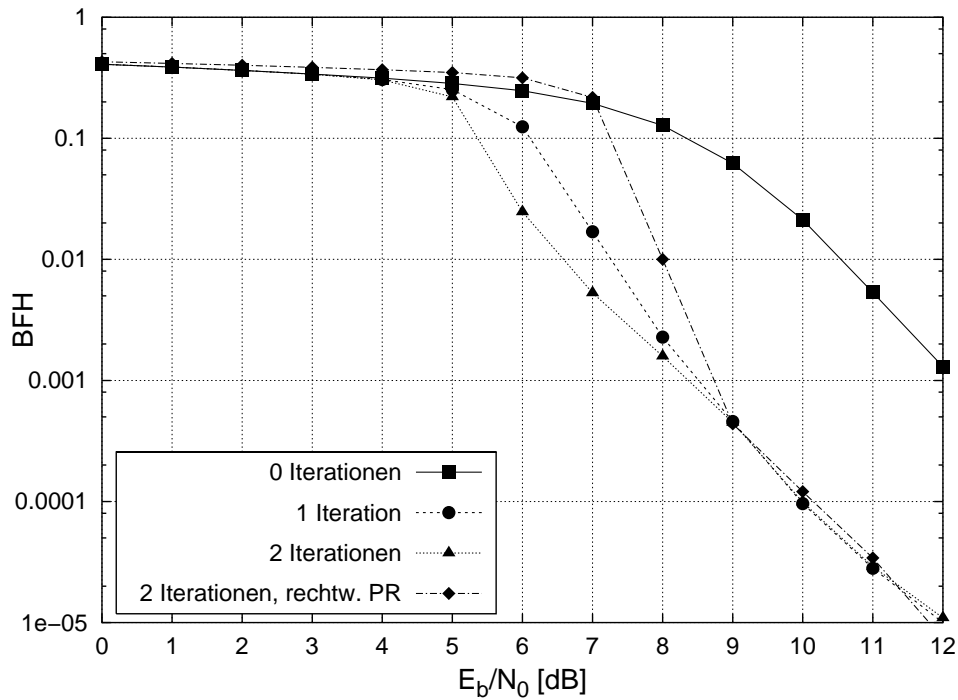


Bild 5.15: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 600$ Hz nach verschiedenen Iterationsdurchläufen

5.3.2 Diversitätsempfang

Eine Technik, die eine Verbesserung der Empfangsqualität erreicht, ist die Empfangsdiversität. Dabei werden beim Empfänger mehrere Empfangsantennen verwendet, deren Empfangssignale im Empfänger geeignet kombiniert werden müssen [59, 60, 61, 62, 63, 64, 65]. Durch die Empfangsdiversität soll eine Verringerung an Übertragungsfehlern erzielt werden: Erstens in Gebieten mit schlechter Versorgung und zweitens in den Fällen, bei denen das Eigenrauschen aufgrund der Zeitvarianz des Mobilfunkkanals (ICI) dominant ist [62, 63, 64].

5.3.2.1 Übertragungssystem

In Bild 5.16 ist das Blockschaltbild, das sich aufgrund des Diversitätsempfangs mit Λ Empfangsantennen ergibt, für den Sender und die Übertragungskanäle dargestellt. In diesem Bild sind die Mehrträger-Demodulationseinheiten des Empfängers für die jeweilige Empfangsantenne ebenfalls abgebildet.

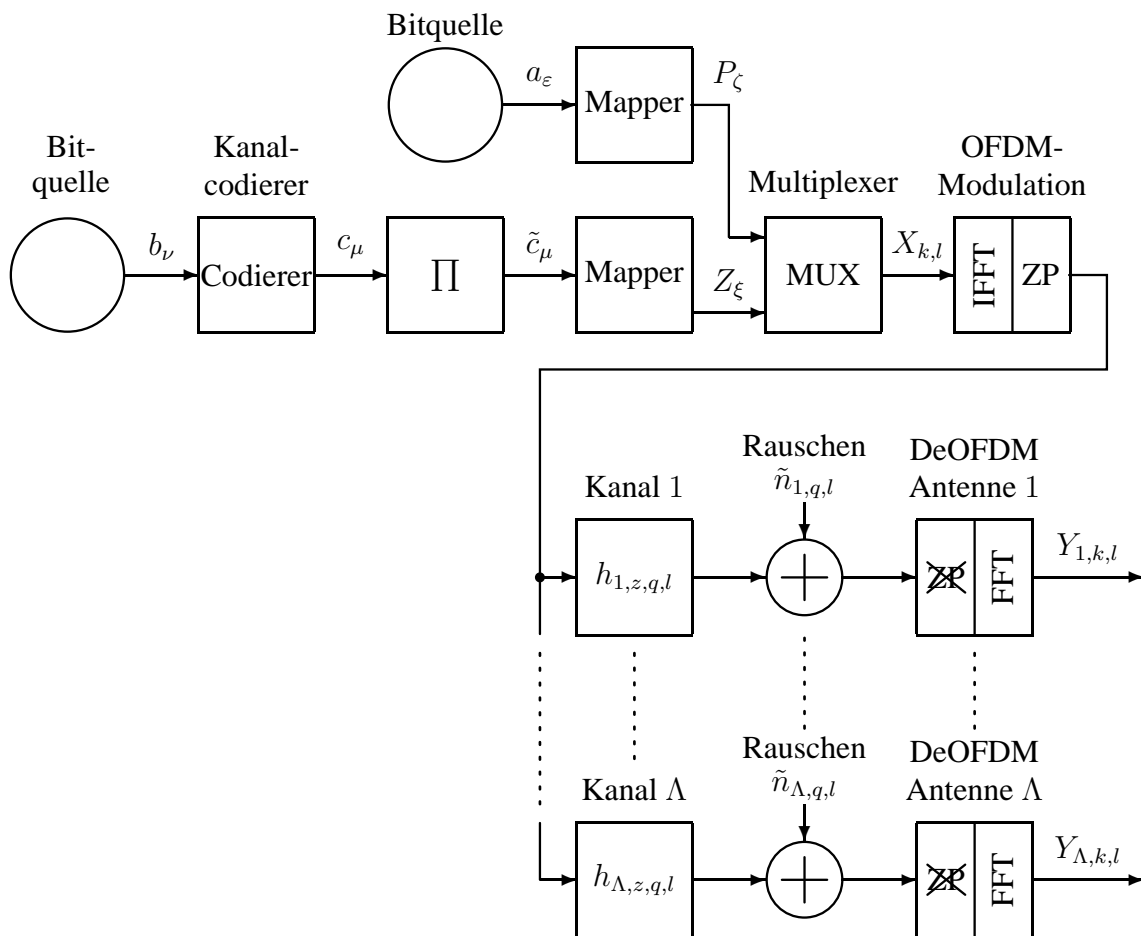


Bild 5.16: Sender, Übertragungskanäle und Demodulationseinheiten

Das Empfangssignal $Y_{\kappa,k,l}$ der Empfangsantenne κ bestimmt sich entsprechend Gleichung (2.75) zu:

$$Y_{\kappa,k,l} = X_{k,l} \cdot H_{\kappa,k,l} + N_{\kappa,k,l} \quad \text{mit } 1 \leq \kappa \leq \Lambda \quad (5.29)$$

Die Rauschsignale $N_{\kappa,k,l}$ in Gleichung (5.29) sind unabhängige identisch verteilte, mittelwertfreie komplexe Gaußsche Rauschvariablen mit folgender Eigenschaft:

$$\mathbb{E} \left\{ N_{\kappa,k,l} \cdot N_{\tilde{\kappa},\tilde{k},\tilde{l}}^* \right\} = N_0 \cdot \delta_{\kappa-\tilde{\kappa}} \cdot \delta_{k-\tilde{k}} \cdot \delta_{l-\tilde{l}} \quad (5.30)$$

Es wird angenommen, dass die Antennen beim Empfänger einen genügend großen Abstand zueinander haben, damit die Kanalübertragungskoeffizienten unterschiedlicher Antennen unabhängig voneinander sind [11, 66]. Mit dieser Annahme gilt:

$$\mathbb{E} \left\{ H_{\kappa,k,l} \cdot H_{\tilde{\kappa},\tilde{k},\tilde{l}}^* \right\} = R_{H,t} \left((l - \tilde{l}) \cdot T_S \right) \cdot R_{H,f} \left((k - \tilde{k}) \cdot f_U \right) \cdot \delta_{\kappa-\tilde{\kappa}} \quad (5.31)$$

5.3.2.2 APP-Kanalschätzung bei Diversitätsempfang

In Bild 5.17 ist der Aufbau des Empfängers mit APP-Kanalschätzung bei Diversitätsempfang dargestellt.

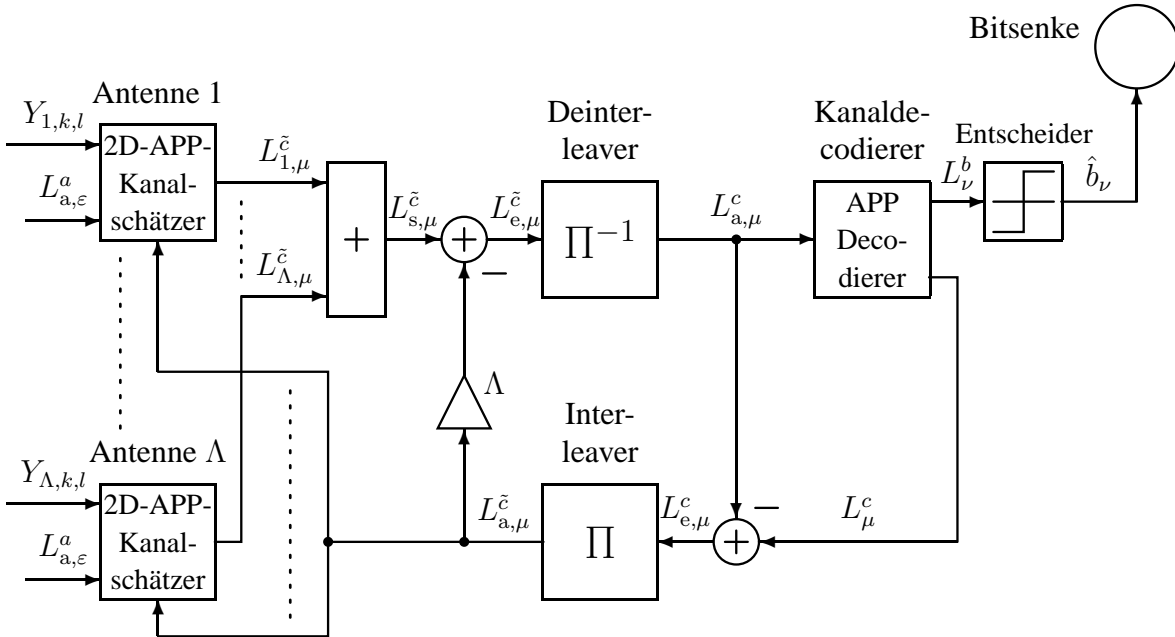


Bild 5.17: Empfänger mit APP-Kanalschätzung bei Diversitätsempfang (APP- Λ)

Die 2D-APP-Kanalschätzer der jeweiligen Antennen erhalten an den Eingängen die Empfangssymbole $Y_{\kappa,k,l}$, die L-Werte der Pilotbits $L_{a,\varepsilon}^a$ und das *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^c$ der codierten Bits. Am Ausgang liefern diese Schätzer die L-Werte $L_{\kappa,\mu}^c$ der codierten Bits. Diese L-Werte werden anschließend aufsummiert, um die L-Werte $L_{s,\mu}^c$ zu berechnen.

$$L_{s,\mu}^{\tilde{c}} = \sum_{\kappa=1}^{\Lambda} L_{\kappa,\mu}^{\tilde{c}} \quad (5.32)$$

Nach dieser Summierung wird das *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ entsprechend Bild 5.17 abgezogen. Dabei ist darauf zu achten, dass das *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ vor der Subtraktion mit Λ , der Anzahl der Empfangsantennen, multipliziert wird. Dies ist nötig, da das *a priori*-Wissen $L_{a,\mu}^{\tilde{c}}$ additiv in den jeweiligen Ausgangssignalen $L_{\kappa,\mu}^{\tilde{c}}$ der 2D-APP-Kanalschätzer steckt. Nach dieser Subtraktion erfolgt die bekannte Signalverarbeitung nach Bild 5.1.

Die 2D-APP-Kanalschätzer sind entsprechend der Bilder 5.1 und 5.3 aus zwei eindimensionalen Schätzern für die Frequenz- und Zeitrichtung aufgebaut. Bild 5.18 zeigt den Aufbau des 2D-APP-Kanalschätzers.

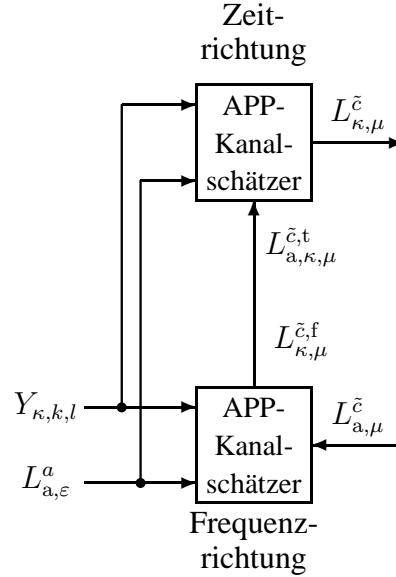


Bild 5.18: 2D-APP-Kanalschätzung der Empfangsantenne κ

Das Metrik-Inkrement des APP-Kanalschätzers in Frequenzrichtung zur diskreten Frequenz k für das OFDM-Symbol zum Zeitpunkt l_0 mit $l_{\min} \leq l_0 \leq l_{\max}$ bestimmt sich im Log-Funktionsbereich entsprechend Gleichung (5.1) zu:

$$\gamma_{\kappa,k} = -\frac{|Y_{\kappa,k,l_0} - \hat{H}_{f,\kappa,k,l_0} \cdot \hat{X}_{k,l_0}|^2}{2 \cdot \sigma_{f,\kappa,k}^2} + \sum_{i=0}^{\tilde{M}-1} d_{k,l_0,i} \cdot L_{a,k,l_0,i}^f \quad \text{mit } k_{\min} \leq k \leq k_{\max} \quad (5.33)$$

Der geschätzte Kanalübertragungskoeffizient \hat{H}_{f,κ,k,l_0} in Gleichung (5.33) berechnet sich analog Gleichung (5.2) durch lineare Prädiktion zu:

$$\hat{H}_{f,\kappa,k,l_0} = \sum_{i=1}^{f_{\tilde{f}}(k)} u_{f,\kappa,i} \cdot \frac{Y_{\kappa,k-i,l_0}}{\hat{X}_{k-i,l_0}} \quad (5.34)$$

Aufgrund von Gleichung (5.31) sind die Prädiktorkoeffizienten $u_{f,\kappa,i}$ in Gleichung (5.34) unabhängig von der Empfangsantenne κ . Damit gilt für diese Koeffizienten:

$$u_{f,\kappa,i} = u_{f,i} \quad \text{mit } u_{f,i} \text{ nach Gleichung (5.5)} \quad (5.35)$$

Mit der gleichen Begründung berechnet sich $\sigma_{f,\kappa,k}^2$ in Gleichung (5.33) zu:

$$\sigma_{f,\kappa,k}^2 = \sigma_{f,k}^2 \quad \text{mit } \sigma_{f,k}^2 \text{ nach Gleichung (5.10)} \quad (5.36)$$

Analog zur APP-Kanalschätzung in Frequenzrichtung erfolgt die APP-Kanalschätzung in Zeitrichtung. Das Metrik-Inkrement des APP-Kanalschätzers in Zeitrichtung zur diskreten Zeit l für den Unterträger k_0 mit $k_{\min} \leq k_0 \leq k_{\max}$ berechnet sich im Log-Funktionsbereich entsprechend Gleichung (5.13) unter Berücksichtigung von Gleichung (5.31) zu:

$$\gamma_{\kappa,l} = -\frac{|Y_{\kappa,k_0,l} - \hat{H}_{t,\kappa,k_0,l} \cdot \hat{X}_{k_0,l}|^2}{2 \cdot \sigma_{t,l}^2} + \sum_{i=0}^{\tilde{M}-1} d_{k_0,l,i} \cdot L_{a,\kappa,k_0,l,i}^t \quad \text{mit } l_{\min} \leq l \leq l_{\max} \quad (5.37)$$

Der Kanalübertragungskoeffizient $\hat{H}_{t,\kappa,k_0,l}$ wird durch lineare Prädiktion analog Gleichung (5.14) bestimmt.

$$\hat{H}_{t,\kappa,k_0,l} = \sum_{i=1}^{f_t(l)} u_{t,i} \cdot \frac{Y_{\kappa,k_0,l-i}}{\hat{X}_{k_0,l-i}} \quad (5.38)$$

Die *a priori*-L-Werte $L_{a,\kappa,k_0,l,i}^t$ in Gleichung (5.37) bestimmen sich durch Multiplexen der *a priori*-L-Werte $L_{a,\kappa,\mu}^{\tilde{c},t}$ in Bild 5.18 und der *a priori*-L-Werte $L_{a,\varepsilon}^a$.

5.3.2.3 Diversitätsempfang mit *einem* APP-Kanalschätzer

In Kapitel 5.3.2.2 ist eine Empfängerstruktur vorgestellt worden, die für jede Empfangsantenne κ einen 2D-APP-Kanalschätzer vorgesehen hat. Dieser Aspekt führt dazu, dass mit Erhöhung der Anzahl der Empfangsantennen die Komplexität des Empfängers drastisch zunimmt. Eine Empfängerstruktur mit nur *einem* 2D-APP-Kanalschätzer ist eine Möglichkeit, diese Komplexität zu verringern. Eine solche Empfängerstruktur ist in Bild 5.19 dargestellt.

Der 2D-APP-Kanalschätzer in Bild 5.19 ist wiederum aus zwei eindimensionalen APP-Kanalschätzern entsprechend Bild 5.18 aufgebaut. Der Unterschied ist jedoch, dass die beiden eindimensionalen Schätzer alle Empfangssymbole $Y_{\kappa,k,l}$ auf einmal verarbeiten. Das Metrik-Inkrement für den Schätzer in Frequenzrichtung berechnet sich nun zu (vgl. Gleichung (5.33)):

$$\gamma_k = -\frac{\sum_{\kappa=1}^{\Lambda} |Y_{\kappa,k,l_0} - \hat{H}_{f,\kappa,k,l_0} \cdot \hat{X}_{k,l_0}|^2}{2 \cdot \sigma_{f,k}^2} + \sum_{i=0}^{\tilde{M}-1} d_{k,l_0,i} \cdot L_{a,k,l_0,i}^f \quad \text{mit } k_{\min} \leq k \leq k_{\max} \quad (5.39)$$

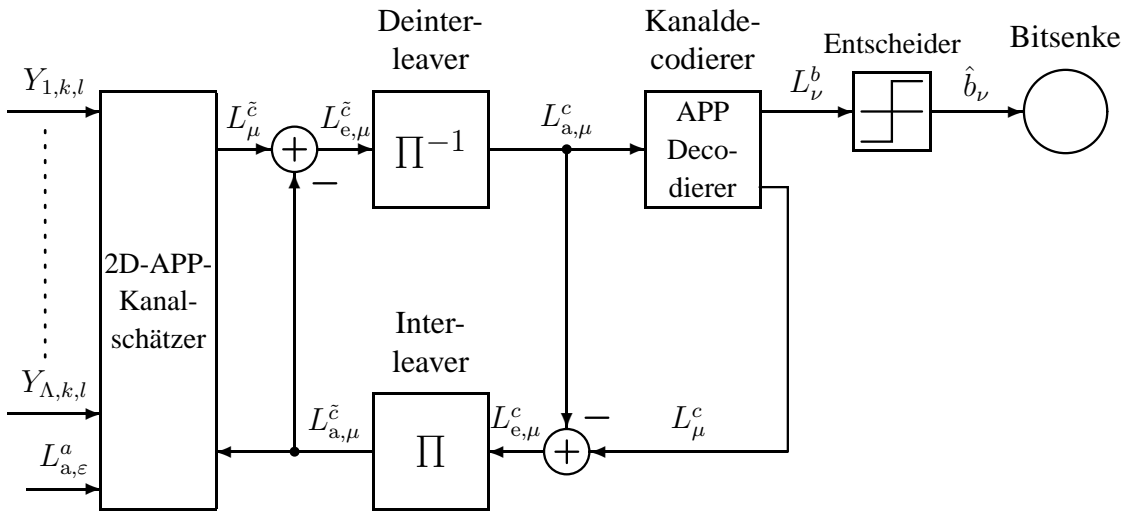


Bild 5.19: Empfänger mit *einem* APP-Kanalschätzer bei Diversitätsempfang (APP-1)

Der geschätzte Kanalkoeffizient \hat{H}_{f,κ,k,l_0} in Gleichung (5.39) bestimmt sich unter Verwendung von Gleichung (5.34) durch lineare Prädiktion.

Das Metrik-Inkrement für den APP-Schätzer in Zeitrichtung bestimmt sich analog zu Gleichung (5.39):

$$\gamma_l = -\frac{\sum_{\kappa=1}^{\Lambda} |Y_{\kappa,k_0,l} - \hat{H}_{t,\kappa,k_0,l} \cdot \hat{X}_{k_0,l}|^2}{2 \cdot \sigma_{t,l}^2} + \sum_{i=0}^{\tilde{M}-1} d_{k_0,l,i} \cdot L_{a,k_0,l,i}^t \quad \text{mit } l_{\min} \leq l \leq l_{\max} \quad (5.40)$$

Mit Hilfe von Gleichung (5.38) berechnet sich der geschätzte Kanalkoeffizient $\hat{H}_{t,\kappa,k_0,l}$ in Gleichung (5.40) durch lineare Prädiktion. Da in dieser Empfängerstruktur nur ein 2D-Schätzer verwendet wird, verschwindet der Index κ beim *a priori*-Wissen $L_{a,k_0,l,i}^t$ in Gleichung (5.40) im Vergleich zu Gleichung (5.37).

5.3.2.4 Analyse

Aufgrund der Λ Empfangsantennen verändert sich die Berechnung von E_b/N_0 beim Empfänger im Vergleich zu Gleichung (3.63) wie folgt [67]:

$$\left. \frac{E_b}{N_0} \right|_{\text{dB}} = \left. \frac{E_S}{N_0} \right|_{\text{dB}} + 10 \cdot \lg \frac{\Lambda}{R_c \cdot R_{\text{term}} \cdot R_n \cdot R_g \cdot \tilde{M}} \quad (5.41)$$

In Gleichung (5.41) wird berücksichtigt, dass der Empfänger aufgrund der Λ Empfangsantennen die mittlere Energie $\Lambda \cdot E_S$ aufnimmt.

In Bild 5.20 sind die charakteristischen Transinformationskurven der inneren Komponente der Iterationsschleife für die beiden Empfängerstrukturen in den Bildern 5.17 und 5.19 bei

$E_b/N_0 = 10\text{dB}$ dargestellt. Dabei ist die Anzahl der Empfangsantennen zu $\Lambda = 2$ und $\Lambda = 3$ gesetzt worden⁵. Die Kanalparameter sind zu $\tau_{\max} = 20 \mu\text{s}$ und $f_{D_{\max}} = 100 \text{ Hz}$ gewählt worden. Als Pilottonanordnung ist das verwürfelte diagonale Pilotraster entsprechend Kapitel 5.3.1 verwendet worden. Die Unterträger sind mit dem QPSK-Verfahren bei Verwendung von Gray-Mapping moduliert worden. Alle übrigen Simulationsparameter sind unverändert beibehalten worden. Die Empfängerstruktur aus Bild 5.17 trägt die Bezeichnung $APP-\Lambda$. Für die Struktur aus Bild 5.19 ist die Bezeichnung $APP-1$ ausgewählt worden.

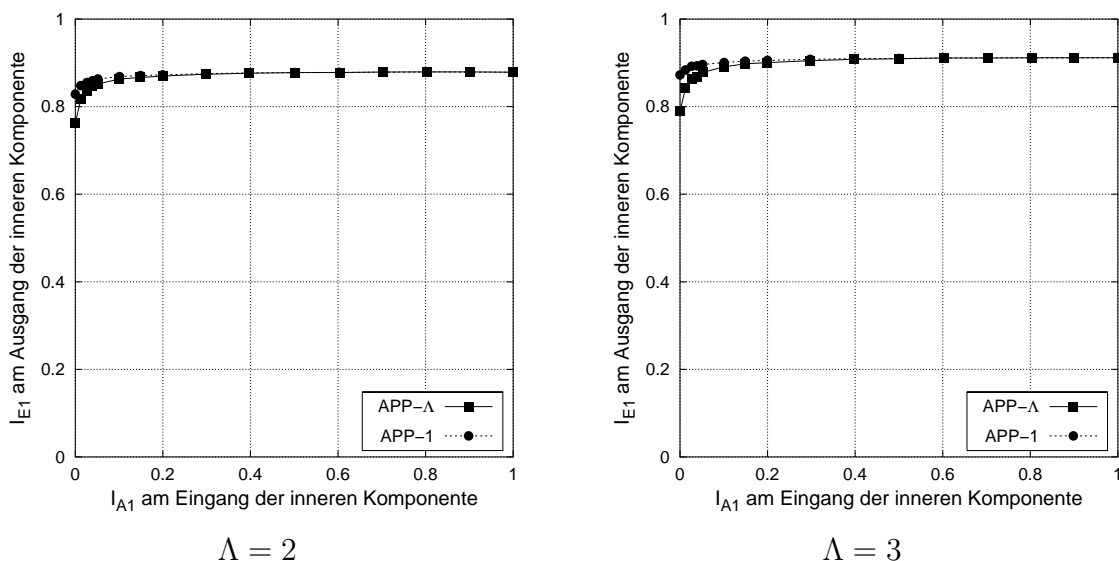


Bild 5.20: Charakteristische Transformationskurven der inneren Komponente für verschiedene Empfängerstrukturen bei $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$

In Bild 5.20 ist zu erkennen, dass sowohl für $\Lambda = 2$ als auch für $\Lambda = 3$ die Kurve der Empfängerstruktur $APP-1$ für $I_{A1} = 0$ höher beginnt als die Kurve der Empfängerstruktur $APP-\Lambda$. Damit liefert der Empfänger $APP-1$ eine geringere Bitfehlerhäufigkeit als der Empfänger $APP-\Lambda$, wenn die Iterationsschleife nicht durchlaufen wird. Ab $I_{A1} \geq 0,3$ haben die Kurven in Bild 5.20 den gleichen Verlauf, so dass bei Verwendung der Iterationsschleife die beiden Empfänger die gleiche Leistungsfähigkeit erzielen. Der Vergleich der Kurven für $\Lambda = 2$ und $\Lambda = 3$ zeigt, dass die Kurven für $\Lambda = 3$ höher verlaufen als die Kurven für $\Lambda = 2$. Dadurch wird mit steigender Anzahl an Empfangsantennen die Bitfehlerhäufigkeit beim Empfänger, wie erwartet, reduziert. Somit stellt der Diversitätsempfang eine geeignete Maßnahme dar, um die Empfangsqualität zu verbessern.

Die EXIT-Diagramme der beiden Empfängerstrukturen $APP-\Lambda$ und $APP-1$ sind in Bild 5.21 bei $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$ gegenübergestellt. Die Anzahl der Empfangsantennen beträgt $\Lambda = 2$. Die Simulationsparameter sind entsprechend Bild 5.20 beibehalten worden.

Bild 5.21 ist zu entnehmen, dass für beide Empfänger der Schnittpunkt der charakteristischen Transformationskurven nach einer Iteration erreicht wird. Dadurch erhält man mit beiden Empfängern nach einer Iteration die nahezu gleiche Bitfehlerhäufigkeit. Jedoch verläuft die Trajektorie des Empfängers $APP-1$ für null Iterationen höher als die Trajektorie

⁵Es ist offensichtlich, dass für $\Lambda = 1$ die beiden Empfängerstrukturen identisch mit der Empfängerstruktur in Bild 5.1 sind.

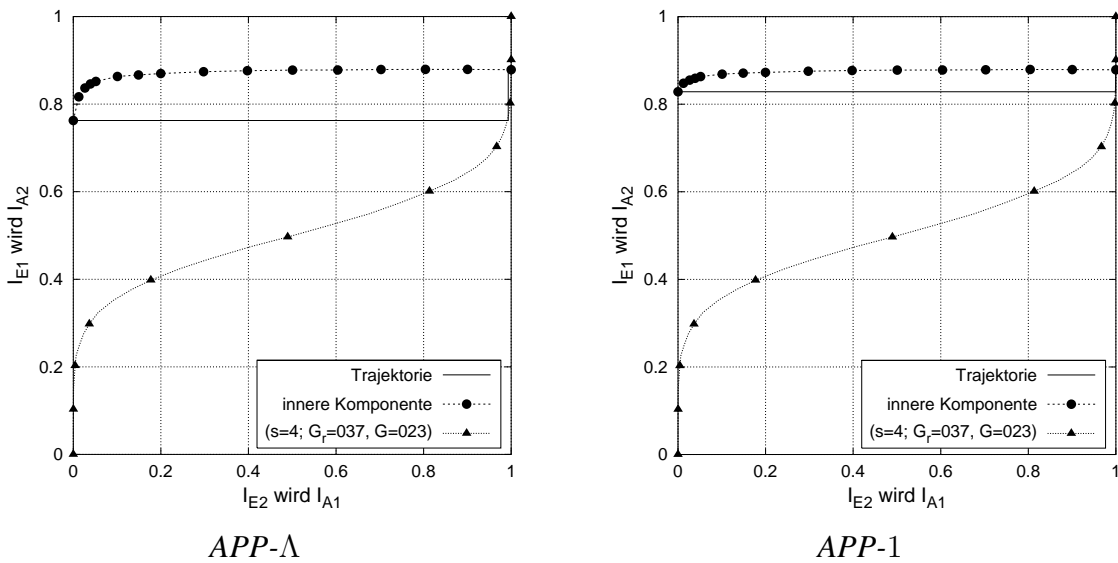


Bild 5.21: EXIT-Diagramm der verschiedenen Empfängerstrukturen für $\Lambda = 2$ bei $E_b/N_0 = 10$ dB

des Empfängers $APP-\Lambda$, so dass nach null Iterationen der Empfänger $APP-1$ eine bessere Leistungsfähigkeit aufweist.

In Bild 5.22 sind die Bitfehlerhäufigkeiten für $\Lambda = 2$ und $\Lambda = 3$ dargestellt. In diesem Bild ist sowohl die Anzahl an Iterationen als auch die Empfängerstruktur variiert worden. Die Simulationsparameter sind entsprechend Bild 5.20 unverändert übernommen worden.

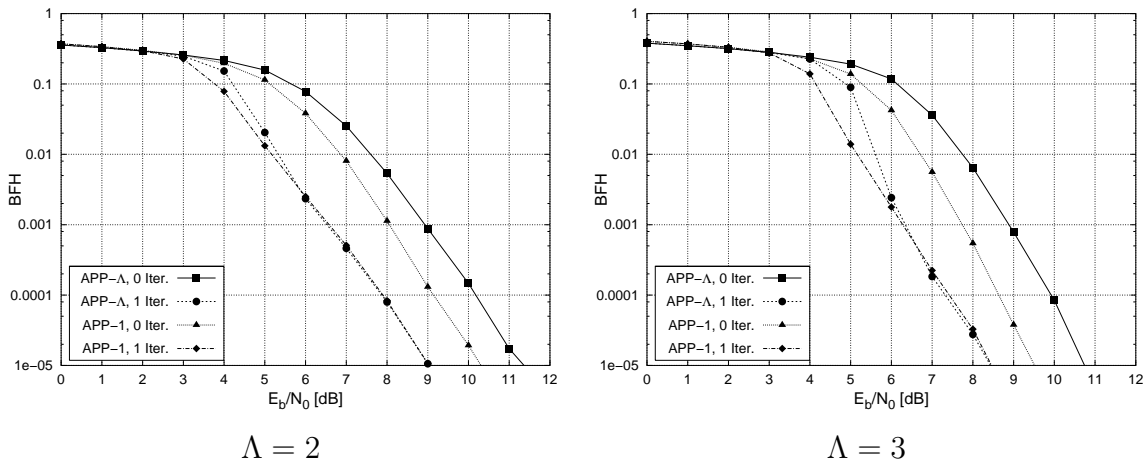


Bild 5.22: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für $\Lambda = 2$ und $\Lambda = 3$ bei Verwendung der verschiedenen Empfängerstrukturen

Man erkennt, dass der Empfänger $APP-1$ für null Iterationen sowohl für $\Lambda = 2$ als auch für $\Lambda = 3$ eine geringere Bitfehlerhäufigkeit erzielt als der Empfänger $APP-\Lambda$. Die beiden Empfänger weisen nach einer Iteration für $E_b/N_0 \geq 6$ dB die nahezu gleiche Bitfehlerhäufigkeit auf. Diese Ergebnisse bestätigen die Vorhersage der EXIT-Diagramme aus Bild 5.21.

Bild 5.23 zeigt die Bitfehlerhäufigkeit des Empfängers *APP-1* nach einer Iteration für unterschiedlich viele Empfangsantennen Λ .

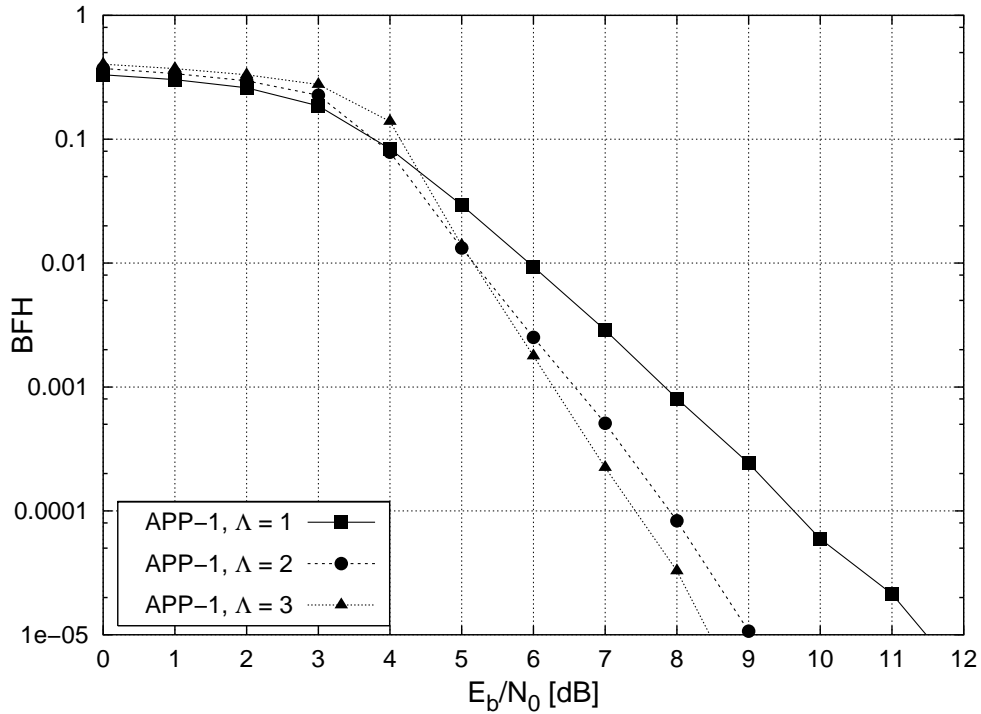


Bild 5.23: Bitfehlerhäufigkeit (BFH) für den Empfänger *APP-1* nach einer Iteration bei unterschiedlicher Anzahl der Empfangsantennen Λ

Aus Bild 5.23 ist zu entnehmen, dass die Bitfehlerhäufigkeit mit steigender Anzahl Λ an Empfangsantennen, wie erwartet, abnimmt. Die Verbesserung, die durch Erhöhung von $\Lambda = 1$ auf $\Lambda = 3$ erreicht wird, beträgt 2, 2 dB bei einer Bitfehlerhäufigkeit von 10^{-4} .

Durch den Diversitätsempfang wird somit eine Empfangsqualität erreicht, die besser ist als bei Verwendung eines Empfängers mit nur einer Empfangsantenne. Der Vergleich der beiden vorgestellten Empfängerstrukturen *APP- Λ* und *APP-1* für den Diversitätsempfang zeigt, dass der Empfänger *APP-1* eine geringere Bitfehlerhäufigkeit erzielt als der Empfänger *APP- Λ* , wenn die Iterationsschleife nicht durchlaufen wird. Wird die Iterationsschleife verwendet, so ist die Leistungsfähigkeit der beiden Empfänger nahezu identisch. Aufgrund dieser Ergebnisse ist die Empfängerstruktur *APP-1* der Empfängerstruktur *APP- Λ* vorzuziehen. Darüberhinaus weist der Empfänger *APP-1* gegenüber dem Empfänger *APP- Λ* eine geringere Komplexität auf, so dass auch unter Berücksichtigung dieses Aspekts die Empfängerstruktur *APP-1* zu verwenden ist.

Eine weitere Möglichkeit um einen Diversitätsgewinn zu erreichen, ist die Kombination von OFDM mit Code Division Multiplexing (CDM) [68, 69, 70, 71]. In diesem Fall belegt ein zu sendendes Symbol nicht nur *einen* Unterträger, sondern es wird durch eine Spreizung auf mehrere Unterträger verteilt. Dadurch lässt sich mit geeigneten Empfängerstrukturen bei einem OFDM-CDM-System ein Diversitätsgewinn gegenüber einem OFDM-System erzielen [69, 70, 71].

Kapitel 6

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit sind drei verschiedene Verfahren zur Kanalschätzung bei OFDM vorgestellt und untersucht worden. Die Kanalschätzung ist bei kohärenter Modulation notwendig, um die gesendeten Daten zu detektieren. Beim Sender werden Referenzsignale in den Nutzdatenstrom eingebettet, damit der Empfänger eine Kanalschätzung durchführen kann. Im Rahmen dieser Arbeit sind Pilotsymbole oder -töne als Referenzsignale verwendet worden.

In Kapitel 3 ist die Kanalschätzung, basierend auf Interpolationsfiltern, erläutert worden. Dabei werden die Kanalübertragungskoeffizienten durch die Kaskadierung zweier Interpolationsfilter für die Frequenz- und Zeitrichtung geschätzt. Die Filterkoeffizienten erfüllen das Wiener-Kriterium. Die Filter interpolieren die unbekanntes Kanalübertragungskoeffizienten zwischen den bekannten Kanalübertragungskoeffizienten. Die bekannten Kanalübertragungskoeffizienten werden durch die Auswertung der übertragenen Pilotsymbole erhalten. Die Leistungsfähigkeit dieses Schätzverfahrens ist gut, solange die Kanalparameter das durch die Pilotanordnung gegebene zweidimensionale Abtasttheorem nicht verletzen. Falls dieses zweidimensionale Abtasttheorem verletzt ist, steigt die Bitfehlerhäufigkeit beim Empfänger sehr stark an, so dass eine gewünschte Übertragungsqualität nicht erreicht wird.

Das Kanalschätzverfahren mit iterativer Filterung und Decodierung ist in Kapitel 4 beschrieben worden. Dieses Verfahren stellt eine Erweiterung des Schätzverfahrens aus Kapitel 3 dar. Die Erweiterung wird durch die Einbettung einer symbolbasierten Kanalschätzung in eine Iterationsschleife mit dem Kanaldecodierer erreicht. Als Ergebnis der Iterationsschleife kann dieser Empfänger den Kanal auch bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems unter Verwendung der Iterationsschleife schätzen. Dadurch erzielt der Empfänger auch in diesen Fällen eine gute Leistungsfähigkeit. Außerdem erreicht der Empfänger aufgrund der Iterationsschleife fast die Leistungsfähigkeit eines Empfängers mit idealer Kanalschätzung. Bei einer sehr starken Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems, wie es z. B. bei sehr großen Dopplerfrequenzen der Fall ist, muss der Kanaldecodierer jedoch geeignet verändert werden, damit der Empfänger eine geringe Bitfehlerhäufigkeit erzielen kann. Des Weiteren hat die Interleavergröße bei Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems einen starken Einfluss auf die Leistungsfähigkeit des Empfängers.

In Kapitel 5 ist die APP-Kanalschätzung vorgestellt worden. Die Schätzung der zweidimensionalen Kanalübertragungsfunktion erfolgt durch eine Verknüpfung zweier eindimensionaler APP-Kanalschätzer für die Frequenz- und Zeitrichtung. Die APP-Kanalschätzung ist

analog zur Kanalschätzung in Kapitel 4 in eine Iterationsschleife mit dem Kanaldecodierer eingebettet. Dieses Schätzverfahren nützt zusätzlich zur Kontinuität der Kanalübertragungsfunktion das begrenzte Symbolalphabet der Sendesymbole aus. Die beiden Schätzverfahren aus Kapitel 3 und 4 verwenden nur den Aspekt der Kontinuität der Kanalübertragungsfunktion. Die Leistungsfähigkeit des Empfängers mit APP-Kanalschätzung ist nahezu identisch mit der Leistungsfähigkeit des Empfängers aus Kapitel 4 für die Fälle, bei denen das zweidimensionale Abtasttheorem nicht allzu stark verletzt ist. Bei einer sehr starken Verletzung des zweidimensionalen Abtasttheorems übertrifft die Leistungsfähigkeit des Empfängers mit APP-Kanalschätzung deutlich die Leistungsfähigkeit des Empfängers aus Kapitel 4. Damit zeigt der Empfänger mit APP-Kanalschätzung keine Abhängigkeit vom zweidimensionalen Abtasttheorem. Darüberhinaus hat die Interleavergröße einen wesentlich geringeren Einfluss auf die Leistungsfähigkeit dieses Verfahrens im Vergleich zum Empfänger aus Kapitel 4. Ein weiterer Vorteil der APP-Kanalschätzung ist, dass die Anordnung der Pilottöne nicht an ein regelmäßiges Raster gebunden ist. Damit kann die Effizienz des Übertragungsverfahrens gesteigert werden.

Literaturverzeichnis

- [1] Bingham J. A. C.: *Multicarrier Modulation for Data Transmission: An Idea Whose Time Has Come*. IEEE Commun. Magazine, Vol. 28, No. 5, S. 5–14, Mai 1990.
- [2] European Telecommunication Standard ETS 300 744: *Digital Video Broadcasting (DVB); Framing structure, channel coding and modulation for digital Terrestrial television (DVB-T)*. Aug. März 1997.
- [3] Classen, F.; Speth, M.; Meyr, H.: *Channel Estimation Units for an OFDM System suitable for Mobile Communication*. ITG-Fachbericht. Bd. 135: Mobile Kommunikation. Offenbach: VDE Verlag, S. 457–466, 1995.
- [4] Li, Y.; Cimini, L. J.; Sollenberger, N. R.: *Robust Channel Estimation for OFDM Systems with Rapid Dispersive Fading Channels*. IEEE Trans. Commun., Vol. 46, No. 7, S. 902–915, Juli 1998.
- [5] Weiß, F.: *Identifikation des zeitvarianten Mobilfunkkanals mit analogen und digitalen Rundfunksignalen*. Dissertation, Universität Stuttgart, Shaker Verlag, Aachen, 1997.
- [6] Bello, P. A.: *Charaterization of Randomly Time-Variant Linear Channels*. IEEE Trans. Commun. Systems, S. 360–393, Dezember 1963.
- [7] Cox, D. C.: *910 MHz Urban Mobile Radio Propagation: Multipath Characteristics in New York City*. IEEE Trans. Vehicular Tech., Vol. 22, No. 4, S. 104–110, November 1973.
- [8] Parsons, J. D.; Bajwa, A. S.: *Wideband characterisation of fading mobile radio channels*. IEE Proc., Part F, Vol. 129, No. 2, April 1982.
- [9] Höher, P.: *Kohärenter Empfang trelliscodierter PSK-Signale auf frequenzselektiven Mobilfunkkanälen – Entzerrung, Decodierung und Kanalparameterschätzung*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1990.
- [10] Sandell, M.: *Design and Analysis of Estimators for Multicarrier Modulation and Ultrasonic Imaging*. Dissertation, Luleå University of Technology, Division of Signal Processing, Luleå, Sweden, September 1996.
- [11] Jakes, W. C.: *Microwave Mobile Communications*. Classic Reissue, IEEE Press, Piscataway, New Jersey, 1974.
- [12] COST 207: *Digital land mobile radio communications*. Commission of the European Communities, Final report, Luxembourg, 1989.

- [13] Russel, M.; Stüber, G. L.: *Interchannel Interference Analysis of OFDM in a Mobile Environment*. Proc. IEEE Veh. Technol. Conf., S. 820–824, 1995.
- [14] Hutter, A. A.; Hasholzner, R.; Hammerschmidt, J. S.: *Channel Estimation for Mobile OFDM Systems*. Proc. IEEE Veh. Technol. Conf., S. 305–309, September 1999.
- [15] Hutter, A. A.; Hammerschmidt, J. S.: *A Simple Smart Antenna Approach to Reduce the Error Floor for Mobile OFDM Systems*. Proc. Inter. Conf. Telecommun., May 2000.
- [16] Robertson, P.; Kaiser, S.: *The Effect of Doppler Spreads in OFDM(A) Mobile Radio Systems*. Proc. IEEE Veh. Technol. Conf., S. 329–333, September 1999.
- [17] Li, Y.; Cimini, L. J.: *Bounds on the Interchannel Interference of OFDM in Time-Varying Impairments*. IEEE Trans. Commun., Vol. 49, No. 3, S. 401–404, März 2001.
- [18] ten Brink, S.; Speidel, J.; Yan, R.-H.: *Iterative demapping for QPSK modulation*. IEE Electronic Letters, Vol. 34, No. 15, S. 1459–1460, Juli 1998.
- [19] ten Brink, S.; Speidel, J.; Yan, R.-H.: *Iterative Demapping and Decoding for Multilevel Modulation*. Proc. IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM), S. 579–584, November 1998.
- [20] Hagenauer, J.; Offer, E.; Papke, L.: *Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes*. IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 42, No. 2, S. 429–445, März 1996.
- [21] Sklar, B.: *A Primer on Turbo Code Concepts*. IEEE Commun. Magazine, Vol. 35, No. 12, S. 94–102, Dezember 1997.
- [22] Hoeher, P.; Lodge, J.: *Iterative decoding/demodulation of coded DPSK systems*. Proc. IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM), S. 598–603, November 1998.
- [23] Bahl, L. R.; Cocke, J.; Jelinek, F.; Raviv, J.: *Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate*. IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 20, S. 284–287, März 1974.
- [24] Speth M.; Meyr, H.: *Complexity Constrained Channel Estimation for OFDM Based Transmission over Fast Fading Channels*. Proc. 3rd European Personal Mobile Commun. Conf. (EPMCC), März 1999.
- [25] Speth, M.; Fechtel, S.; Fock, G.; Meyr, H.: *Optimum Receiver Design for OFDM-Based Broadband Transmission – Part II: A Case Study*. IEEE Trans. Commun., Vol. 49, No. 4, S. 571–578, April 2001.
- [26] Höher, P.; Kaiser, S.; Robertson, P.: *Two-dimensional pilot-symbol-aided channel estimation by Wiener filtering*. Proc. IEEE Internat. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), S. 1845–1848, April 1997.
- [27] Höher, P.; Kaiser, S.; Robertson, P.: *Pilot-symbol-aided channel estimation in time and frequency*. Proc. Int. Workshop on Multi-Carrier Spread-Spectrum, Kluwer Academic Publishers, S.169–178, 1997.

- [28] Höher, P.; Kaiser, S.; Robertson, P.: *Pilot-symbol-aided channel estimation in time and frequency*. Proc. Sixth Communication Theory Mini-Conference (IEEE GLOBECOM), S. 90–96, November 1997.
- [29] Ohm, M.: *Untersuchung verschiedener Pilotanordnungen zur Kanalschätzung bei OFDM*. Studienarbeit, Institut für Nachrichtenübertragung, Universität Stuttgart, 1999.
- [30] Hayes, M. H.: *Statistical digital Signal Processing and Modeling*. John Wiley & Sons, Inc., 1996.
- [31] Sanzi, F.; Speidel, J.: *An Adaptive Two-Dimensional Channel Estimator for Wireless OFDM with Application to Mobile DVB-T*. IEEE Trans. Broadcasting, Vol. 46, No. 2, S. 128–133, Juni 2000.
- [32] Lüder, E.: *Systemtheorie I. Vorlesung*, Institut für Netzwerk- und Systemtheorie, Univeistät Stuttgart, Wintersemester 93/94.
- [33] Necker, M.: *Adaptive Filterung zur verbesserten Kanalschätzung bei OFDM*. Studienarbeit, Institut für Nachrichtenübertragung, Universität Stuttgart, 2000.
- [34] Necker, M.; Sanzi, F.; Speidel, J.: *An Adaptive Wiener-Filter for Improved Channel Estimation in mobile OFDM-Systems*. IEEE Intern. Symp. on Signal Proc. and Inform. Tech., S. 213–216, Dezember 2001.
- [35] Berrou, C.; Glavieux, A.; Thitimajshima, P.: *Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes*. Proc. IEEE Intern. Conf. on Commun. (ICC), S. 1064–1070, 1993.
- [36] Benedetto, S.; Divsalar, D.; Montorsi, G.; Pollara, F.: *Serial Concatenation of Interleaved Codes: Performance Analysis, Design, and Iterative Decoding*. IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 44, No. 3, S. 909–926, Mai 1998.
- [37] Douillard, C.; Jézéquel, M.; Berrou, C.; Picart, A.; Diddier, P.; Glavieux, A.: *Iterative Correction of Intersymbol Interference: Turbo-Equalization*. European Trans. Telecomm., Vol. 6, No. 5, S. 507–511, September 1995.
- [38] Bauch, G.; Khorram, H.; Hagenauer, J.: *Iterative Equalization and Decoding in Mobile Communications Systems*. Proc. Second European Personal Mobile Comm. Conf. (EPMCC), S. 307–312, Oktober 1997.
- [39] Bauch, G.; Franz, V.: *Iterative Equalization and Decoding for the GSM-System*. Proc. IEEE Vehicular Techn. Conf. (VTC), S. 2262–2266, 1998.
- [40] Franz, V.; Bauch, G.: *Turbo-Detection for Enhanced Data for GSM Evolution*. Proc. IEEE Vehicular Techn. Conf. (VTC-Fall), S. 2954–2958, 1999.
- [41] Jordan, F.; Kammeyer, K.-D.: *On the Application of Turbo Equalizers in GSM Compatible Receivers*. Proc. Intern. Symp. on Signals, Systems, and Electronics (ISSSE), S. 460–464, 1998.

- [42] Jordan, F.; Kammeyer, K.-D.: *A Study on Iterative Decoding Techniques Applied to GSM Full-Rate Channels*. Proc. IEEE Intern. Personal, Indoor and Mobile Radio Comm. (PIMRC), S. 1066–1070, 1998.
- [43] Sandell, M.; Luschi, C.; Strauch, P.; Yan, R.: *Iterative Channel Estimation using soft Decision Feedback*. Proc. IEEE Global Telecomm. Conf. (GLOBECOM), S. 3728–3733, 1998.
- [44] Strauch, P.; Luschi, C.; Sandell, M.; Yan, R.: *Turbo Equalization for an 8-PSK Modulation Scheme in a Mobile TDMA Communication System*. Proc. IEEE Vehicular Techn. Conf. (VTC-Fall), S. 1605–1609, 1999.
- [45] Strauch, P.; Luschi, C.; Kuzminskiy, A. M.: *Iterative Channel Estimation for EGPRS*. Proc. IEEE Vehicular Techn. Conf. (VTC-Fall), S. 2271–2277, 2000.
- [46] Su, H.-J.; Geraniotis, E.: *Improved Performance of a PSAM System with Iterative Filtering and Decoding*. Proc. Thirty-Sixth Annual Allerton Conf. on Comm., Control and Computing, S. 156–166, 1998.
- [47] Su, H.-J.; Geraniotis, E.: *Low-Complexity Joint Channel Estimation and Decoding for Pilot Symbol-Assisted Modulation and Multiple Differential Detection Systems with Correlated Rayleigh Fading*. IEEE Trans. Comm., Vol. 50, No. 2, S. 249–261, Februar 2002.
- [48] Valenti, M. C.; Woerner, B. D.: *Refined Channel Estimation for Coherent Detection of Turbo Codes over Flat-Fading Channels*. IEEE Electronic Letters, Vol. 34, No. 17, S. 1648–1649, August 1998.
- [49] Valenti, M. C.; Woerner, B. D.: *A Bandwidth Efficient Pilot Symbol Technique for Coherent Detection of Turbo Codes over Fading Channels*. Proc. IEEE Military Comm. Conf. (MILCOM), S. 81–85, 1999.
- [50] Valenti, M. C.: *Iterative Channel Estimation for Turbo Codes over Fading Channels*. Proc. IEEE Wireless Comm. and Networking Conf. (WCNC), S. 1019–1024, 2000.
- [51] Valenti, M. C.; Woerner, B. D.: *Iterative Channel Estimation and Decoding of Pilot Symbol Assisted Turbo Codes over Fading Channels*. IEEE Journal on Selected Areas in Comm., Vol. 19, No. 9, S. 1697–1705, September 2001.
- [52] ten Brink, S.: *Convergence of iterative decoding*. IEE Electronic Letters, Vol. 35, No. 13, S. 1117–1119, Juni 1999.
- [53] ten Brink, S.: *Iterative Decoding Trajectories of Parallel Concatenated Codes*. Proc. 3rd IEEE/ITG Conf. Source and Channel Coding, S. 75–80, Januar 2000.
- [54] ten Brink, S.: *Design of Serially Concatenated Codes based on Iterative Decoding Convergence*. 2nd Intern. Symp.on Turbo Codes, S. 319–322, September 2000.
- [55] ten Brink, S.: *Convergence Behavior of Iteratively Decoded Parallel Concatenated Codes*. IEEE Trans. Comm., Vol. 49, No. 10, S. 1727–1737, Oktober 2001.

- [56] ten Brink, S.: *Design of Concatenated Coding Schemes based on Iterative Decoding Convergence*. Dissertation, Universität Stuttgart, 2001.
- [57] Sanzi, F.; ten Brink, S.: *Iterative Channel Estimation and Decoding with Product Codes in Multicarrier Systems*. Proc. IEEE Vehicular Techn. Conf. (VTC), S. 1338–1344, September 2000.
- [58] ten Brink, S.; Sanzi, F.; Speidel, J.: *Two-Dimensional Iterative APP Channel Estimation and Decoding for OFDM Systems*. Proc. IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM), S. 741–745, November 2000.
- [59] Rinne, J.: *Subcarrier-based Selection Diversity Reception of DVB-T in a Mobile Environment*. Proc. IEEE Vehicular Techn. Conf. (VTC), S. 1043–1047, 1999.
- [60] Rinne, J.: *Some Elementary Suboptimal Diversity Reception Schemes for DVB-T in Mobile Conditions*. IEEE Trans. Consumer Electronics, Vol. 46, No. 3, S. 847–850, August 1998.
- [61] Rinne, J.: *Diversity Reception Schemes for COFDM in a Mobile Environment Utilizing Soft-Bit Information*. Proc. IEEE Intern. Conf. on Commun. (ICC), S. 3041–3045, 2001.
- [62] Hutter, A. A.; Hammerschmidt, J. S.; de Carvalho, E.: *Effects of Fading Correlation on Multiple Antenna Reception Mobile OFDM Systems*. Proc. IEEE Vehicular Techn. Conf. (VTC), S. 2744–2749, September 2000.
- [63] Hutter, A. A.; Hammerschmidt, J. S.; de Carvalho, E.; Cioffi, J. M.: *Receive Diversity for Mobile OFDM Systems*. Proc. IEEE Wireless Commun. Networking Conf. (WCNC), S. 707–712, 2000.
- [64] Hutter, A. A.; de Carvalho, E.; Cioffi, J. M.: *On the impact of channel estimation for multiple antenna diversity reception in mobile OFDM systems*. Proc. 34th Asilomar Conf. on signals, Systems and Computers, S. 1820–1824, 2000.
- [65] Hutter, A. A.: *Design of OFDM Systems for Frequency-Selective and Time-Variant Channels*. Proc. Intern. Zürich Seminar on Broadband Commun., Access, Transmission, Networking, S. 39_1–39_6, 2002.
- [66] Parsons, J. D.: *The Mobile Radio Propagation Channel*. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2000.
- [67] Hochwald, B. M.; ten Brink, S.: *Achieving Near-Capacity on a Multiple-Antenna Channel*. Proc. Allerton Conf. on Comm., Control and Computing, Oktober 2001.
- [68] Fettweis, G.; Shaikh Bahai, A.; Anvari, K.: *On Multi-Carrier Code Division Multiple Access (MC-CDMA) Modem Design*. Proc. IEEE Vehicular Techn. Conf. (VTC), S. 1670–1674, 1994.
- [69] Kaiser, S.: *Performance of Multi-Carrier CDM and COFDM in Fading Channels*. Proc. IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM), S. 847–851, 1999.

- [70] Kaiser, S.: *OFDM Code-Division Multiplexing in Fading Channels*. IEEE Trans. Commun., Vol. 50, No. 8, S. 1266–1273, August 2002.
- [71] Sanzi, F.; Slama, A.; Speidel, J.: *Multicarrier Code Division Multiplex with iterative MAP Symbol-by-Symbol Estimation*. Proc. IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM), S. 886–890, 2001.